

*Присвячую світлій пам'яті зоряної сес-
три Ганни (21.03.1945– 04.12.2021), яка
впродовж 27999 земних днів наповнюва-
ла мій світ неземною сестринською любов'ю.*

Автор

Василь Чабан

Рух у ґравітаційному й електричному полі

Львів: "Простір М", 2021

УДК 521+530.1+ 537+521

Рекомендовано Вченою радою Національного унів. "Львівська політехніка"
(протокол № 79 від 28 грудня 2021 р.).

Рух у гравітаційному й електричному полі (монографічне видання) / Авт.
Василь Чабан. – Львів: "Простір М", 2021. – 140 с.

Адаптовано експериментальні закони статички – гравітаційної взаємодії Ньютона й електричної взаємодії Кулона на випадок руху тіл з урахуванням скінченної швидкості поширення електричного і гравітаційного полів. У результаті виявлено, що силова взаємодія є трикомпонентна. Перші компоненти – це статичні сили Ньютона і Кулона. Другі компоненти – це сили Лоренца й гравітомагнетна, зумовлені поперечними компонентами швидкості руху. А треті (до того невідомі) – зумовлені поздовжніми компонентами швидкості руху і відіграють надто важливу роль у динаміці руху. На цій підставі одержано об'єднану протоформулу руху, за сприянням якої підготовлено симетричну інформацію про електричну і гравітаційну енергії у формі Гамільтонової дії функціонала поля. За варіаційними принципами побудованні власне уподібнені просторово-часові диференціальні рівняння електричного і гравітаційного полів. Дано наближенні ґносеологічні оцінки одержаним новачіям. Додаються результати симуляції динаміки руху в обох полях мікро-, макро- і мегасвіту.

Очікуваний круг споживачів – широкий загал науковців, викладачів, студентів природничих фахів / В. Чабан, доктор наук, професор, академік.

Бібл. 41 назв., іл. 37.

Movement in the gravitational and electric field (monographic edition) / Author.
Vasil Tchaban. – Lviv: "Space M", 2021. – 140 p.

The experimental laws of statics – Newton's gravitational interaction and Coulomb's electric interaction in the case of motion of bodies have been adapted, taking into account the finite velocity of propagation of electric and gravitational fields. As a result, it was found that the force interaction is three-component. The first components are the static forces of Newton and Coulomb. The second components are Lorenz force and gravito-magnetic force, caused by the transverse components of the speed. And the third components (previously unknown) – due to the longitudinal components of velocity. They play a very important role in the dynamics of motion. On this basis, a unified proto-formula of motion is obtained, with the help of which symmetric information about electric and gravitational energy in the form of the Hamiltonian action of a field functional is prepared. According to the variational principles, similar space-time differential equations of electric and gravitational fields are constructed. The results of simulation of motion dynamics in both fields of micro-, macro- and megaworld are added.

Рецензенти:

Б. Побереґейко, докт. техн. наук, проф. (Укр.)

Є. Харченко, докт. техн. наук, проф. (Укр.)

Т. Кватер, докт.-інж. ґабіл., проф. (ЄС)

ISBN 978-617-8055-01-1

Комп'ютерна верстка – автор
Copyright © 2021 *Василь Чабан*

*Як гравітація в руках Божих запалює
небесні зорі, так електрика в руках
людських запалює земні світильники.*

Автор

Вступ

Допитливий Читачу! Твоїй увазі пропонується прийняти участь у роздумах про оті три слони, на яких стоїть фізичний Світ, імена яким Енергія, Електрика, Гравітація. Якщо бути конкретнішим, то йдеться про те, як на підставі енергетичних підходів уподібнити рівняння електрики і гравітації. Тим більше, що на ранніх стадіях їх вивчення таке уподібнення зробили Ньютон і Кулон. Експериментуючи в реальному бутті, їхні закони силової взаємодії гравітаційних мас і електричних мас (ладунків) у математичному поданні на диво повторили один одного, а крім того обидва вивели на світові константи, яким за антропним принципом ми зобов'язані своїм існуванням. Це гарантує їхню істинність і непохитність, але в межах умови, за якої вони встановлювалися, а ймення їй – Статика (Akinita). А це так протистоїть Всеохоплюючому руху (Pantathrei).

Таким чином, задум книги теж засвітився – зрушити з місця взаємодіючі маси – електричні і гравітаційні – в обох названих законах, як поки що єдиних реальних стартових платформах руху вперед. Але рух сам по собі є не тільки поступальним (стаціонарним), але й вихровим. На щастя частина вихрового компонента в електричному русі попала на очі експериментаторам Амперу і Фарадею, котрі її вдало закодували під виглядом законів магнетизму. Теоретику Максвеллу тільки залишилося об'єднати здобутки своїх славних попередників у струнку теорію електромагнетизму – у вигляді просторово-часових диференціальних рівнянь електричних і магнетних векторів, або в об'єднаному представленні – у вигляді просторово-часових диференціальних рівнянь вектор-потенціалу.

Але, як показав наш досвід, для повноцінного описання руху врахування двох компонентів сили, сили Кулона і сили Лоренца, зумовленої тангенціальним (поперечним) компонентом швидкості руху, виявилось замало. Тут треба додати ще загублений третій компонент електричної силової взаємодії, зумовлений радіальним (поздовжнім) компонентом швидкості руху. Саме цей компонент у нашому дослідженні і стане таким, що завершить трисутність повного вектора сили електричного поля, що спричинює динаміку руху наладованих тіл у полі. Звертаємо увагу на те, що в нашому трактуванні поняття електричного поля ширше за загальноприйняте. Бо магнетне поле трактується лише одним з побічних ефектів руху в електричному полі.

На жаль, досі існує хибна думка про те, що в досвітловому (дорелятивістському) діапазоні швидкостей достатню точність описання руху забезпечує закон електричної взаємодії Кулона і сила Лоренца. Але це, як буде показано нами, далеко не відповідає дійсності. Без третього компонента повноцінно описати рух неможливо! Це переконливо підтверджено тими претензіями до методів класичної фізики з боку квантової теорії мікросвіту, із-за яких ці методи поспішно були витіснені за його межі. Але всі ці претензії нами спростовані. Це важливо, бо то засвідчує фізичну єдність світобудови на всіх її рівнях мікро-, макро- і мегасвіту. Хоча це зовсім не заперечує, що в кожному з цих світів можуть діяти свої локальні закони, наприклад, квантові в мікросвіті.

Гравітації залишилися лише біло позаздрити електриці й кинулися навздогін. Аби прискорити свої кроки, вона необережно позвала на поміч негагнудану надреальність, яка на ввірений час розгасалася як всюдисуща математика. Опинившись у її цупких обіймах понад сотню літ тому, вона не може з них звільнитися досі. Тим більше, що обіймаючі руки належать красеню релятивізму.

Основний задум книги цілком логічний – розвернути механіку в русло електрики, аби вона могла скористатися всіма надбаннями її славної теорії. Таке об'єднання має бути корисним для них обох не тільки в площині дослідження фізичних процесів, але й ґносеології – теорії пізнання, відношення знання до дійсності. Такому об'єднанню може прислужитися лише енергія, властива обом їм у рівній мірі як електриці, так і гравітації.

Але тут постає інша таїна світобудови – сутність самої енергії. Хто нею беззастережно розпоряджається в нашому ідеально-матеріальному світі? Наука ще далеко не розібралася з енергією, але вміло нею користується. З цього приводу варто прислухатися до позастолітніх слів великого мислителя Г. Пуанкаре: *“Оскільки ми не можемо дати загальне визначення енергії, то принцип її збереження всього-навсього значить, що існує щось, що залишається сталим. А якщо так, то скільки б нових відомостей про світ не дав нам майбутній дослід, ми заздалегідь упевнені, що буде щось залишатися сталим, яке ми зможемо назвати енергією”*. Але, не дивлячись на обмеженість наших вед, енергетичні підходи в науці залишаються поки що наймогутнішим засобом пізнання фізичного світу.

Для досягнення поставленого задуму треба було розв'язати супутні проблеми:

1. Перш за все адаптувати фундаментальні експериментальні закони статичності – гравітаційної взаємодії Ньютона й електричної взаємодії Кулона на випадок руху взаємодіючих тіл. На цій підставі одержати об'єднану протоформулу руху як триединого симбіозу законів Ньютона, Кулона і Всеохоплюючого руху з подачі (через віки) Гераклітоса Ефеського. З неї постає опис

руху на мікро-, макро- і мегарівні матеріального світу. Мало того, ця диво-формула наповнена по вінця ще й глибоким філософським змістом.

2. На підставі одержаної протоформули руху забезпечити всю симетричну інформацію про електричну і гравітаційну енергії руху з оглядкою на обидва компоненти – стаціонарний і вихровий. Одержані результати довести до форми дії Гамільтонового функціоналу поля.

3. За функціоналом об'єднаної дії на підставі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського побудувати власне уподібнені рівняння електричного і гравітаційного полів. Нові результати теорії гравітації по можливості продублювати методами класичної механіки.

4. Дати в першому наближенні гносеологічні оцінки одержаним результатам з орієнтацією на перспективи дальшого руху вперед.

Може виникнути цілком резонне питання: чому подібна проблема та її розв'язання постають так пізно? – Дійсно, такого могло б і не бути, якби творці т. зв. нової фізики з розумінням поставилися свого часу до застереження одного з найактивніших її фундаторів Г. Пуанкаре щодо делітантського галасу про неспроможність перетворень Галілея: "... *ніякий фізичний досвід не може підтвердити істинність одних перетворень і відкинути інші, як неприпустимі*". Так одна з найшляхетніших фізичних теорій стартувала з нешляхетного вчинку. Ця пожежа, як відомо, розгорілася далі, у результаті чого наш плоский Евклідів світ став затісним і всі її творці дружньо провалились у викривлений – Риманів. А посполиті, як завше, усьому цьому щиро повірили.

Задум у такий спосіб зблизити рівняння електрики і гравітації виник недавно. Це сталося в моєму рідному селі під час карантину коронавірусу. З цього приводу наведу два щоденних записи (скор.):

19.03.20. *Загорів*. Довів, що другий доданок у моєму адаптованому законі Кулона – це чиста сила Лоренца. Отак, на самоті в оточенні духів предків я пробив отвір у найбільшій скелі, через яку хлинуть чисті води електрики і механіки!

24.03.20. *Львів*. В умовах тотальної пандемії коронавірусу о 13²² звершив формальне уподібнення електрики і механіки! Розв'язок, на диво, виявився надто простим. Перш за все йдеться про основний вектор-потенціал **A**, який засвітився як вектор швидкості, а його перші похідні – як вектори: прискорення (**E**) і кутової швидкості (**B**). Вірогідно фізика лабіринтами математики саме так пробивається до нашої свідомості. А це вже питання епістемології – знання як форми зв'язку свідомості і буття. Бо все, з чим має справу людина, надано їй через внутрішній досвід. Вектор **A** має не тільки фізичну розмірність швидкості ($m\ s^{-1}$), але й філософську – *міри Всеохоплюючого Руху*, "по-грецьки кажуть $T\alpha\ \pi\alpha\nu\tau\alpha\ \rho\epsilon\iota$ ". Видно, оцих двоє чудослів Гераклітос Ефеський (Herakleitos ho Ephesios) (535–475 pp. до н. е.) адресував через віки нам не просто так. А щоби ми збагнули їхню велич. Щоб викласти такий об'ємний матеріал, треба негайно писати монографію-блц! Я так її і назву "Panta Rhei". Це й буде Вічний Рух моєї втомленої душі. Дружина підмітила цікавину – пандемія і *панта*

рей навіть дещо співзвучні.

Книга містить п'ять розділів.

Перший дидактичний в дусі фейнманівських лекцій, орієнтований на механіків, як причетних до розв'язання проблеми. Він розкриває суть основних векторних характеристик електромагнетизму та основні закони статичного електричного та гравітаційного полів.

У другому основні закони статичного першого розділу адаптуються на випадок взаємного руху взаємодіючих тіл. На їхній підставі готується енергетичний функціонал дії для формального використання варіаційних методів у побудові об'єднаних рівнянь електрики й скерованої в її русло гравітації.

Третій демонструє широкі здобутки електрики на полі варіаційних методів – як орієнтир для освоєння гравітацією. Заодно акцентовано увагу на основні принципи фізики – найменшій дії і збереженні енергії.

У четвертому приводяться одержані на основі енергетичного підходу уподібнені рівняння електрики і гравітації. Окреме місце надано хвильовим процесам.

П'ятому відведена науково-філософська роль зняти напругу між усіма тими, хто віддав і віддає усі сили шляхетній меті – пошуку істини, на нічному небі якої найпривабливіше палає сузір'я гравітації і електрики.

Якщо вже зайшлося про істину, то варто ще раз прислухатися до слів все того ж Генрі Пуанкаре: "Гармонія, яку людський розум надіється відкрити в природі, чи існує вона поза людським розумом? Без сумніву – ні; неможлива реальність, яка була б повністю незалежна від розуму, який осягає її, бачить, відчуває її. Такий зовнішній світ, якби навіть він і існував, ніколи не був би нам доступний. Але те, що ми називаємо об'єктивною реальністю, урешті решт є те, що спільне мислячим істотам. Цією спільною стороною може бути тільки гармонія, що виражається математичними законами. Отже, *саме ця гармонія і є єдина об'єктивна реальність, єдина істина, яку ми можемо досягти; а якщо я додам, що універсальна гармонія світу є джерело всякої краси, то буде зрозуміло, як ми повинні цінувати ті повільні і важкі кроки вперед, які мало-помалу відкривають її нам*".

* * *

І все-таки, звалюючи на плечі розв'язання такої складної проблеми, як уподібнення теоретичних основ електрики і гравітації, людське сумніння не може стояти осторонь. Тому оті перші кроки, зроблені нами, варт розглядати як одну з можливих гіпотез, яка має право на існування поруч з іншими можливими. І навіть якщо я помилюся, то все одно мої помилки прискорять чиїсь оті *"повільні і важкі кроки вперед"*.

2020.29.06. Старий Загорів

1. ОСНОВНІ ЗАКони СТАТИКИ

1.1. Електричний ладунок

Матеріальний світ побудовано з елементарних частинок, що мають електричний ладунок. Ці частинки знаходяться в неперервному русі. Вони входять до складу атомів і молекул, але можуть перебувати й у вільному стані. Електричний ладунок елементарних частинок є їхньою важливою фізичною властивістю поруч з іншими фізичними властивостями (масою, енергією, імпульсом тощо), притаманними іншим формам руху матерії. Так, механічний рух можна охарактеризувати, вдаючись до трьох основних величин – маси, відстані та часу. Але для характеристики електричних явищ цього недостатньо. Тут необхідно вдатися до четвертої основної величини – електричного ладунку.

Фундаментальна властивість ладунку полягає в тому, що він буває позитивним і негативним. Вступаючи у взаємодію, різнойменні ладунки притягуються, однойменні відштовхуються. Причина двойстости ладунку точно не відома. Сучасна фізика пропонує розглядати позитивний і негативний ладунки як протилежний вияв однієї якості, подібно до того як просторова симетрія містить поняття лівого й правого, а часова – два напрями бігу часу.

Розглянемо дві важливі властивості ладунку, що стосуються його кількості, а отже, можливості його вимірювання.

Перша з них полягає в тому, що в ізолюваній системі повний електричний ладунок (сума позитивних і негативних ладунків) залишається постійним. Під ізолюваною розумітимемо таку систему, через межі якої не може проникати ніяка інша речовина. Світло може входити і виходити з системи, бо фотони не мають ладунку, а якщо фотон з великою енергією перестає існувати, то він породжує електрично нейтральну пару – електрон і позитрон з однаковими за значенням, але протилежними за знаком ладунками. До речі, наладовані частинки можуть народжуватись лише парами, бо наш Всесвіт є абсолютно скомпенсованою системою позитивних і негативних ладунків.

Закон збереження ладунку можна розглядати як постулат, або емпіричний закон, підтверджений усіма без винятку дослідями. Відхилення від цього закону є несумісними із сучасною теорією електрики. Крім цього, повний електричний ладунок ізолюваної системи є релятивістськи інваріантним числом. Розміщені у різних інерційних системах координат спостерігачі,

вимірюючи ладунок, отримують одне і те саме значення.

За існуючими переконаннями релятивістів (з чим погодитися важко, але про це потім) за перетвореннями Лоренца, простір, маса, зусилля, час зазнають змін під час переходу від однієї інерційної системи координат до іншої, а ладунок є незмінним. Інакше в дослідах не можна було б спостерігати явище збереження повного ладунку. Для прикладу нагріємо неналадований провідник. Оскільки маси протонів й електронів різні, то і швидкостей вони набувають різних. І якби ладунок залежав від швидкостей частинок, які його переносять, то ладунки протонів і електронів нагрітого провідника не скомпенсувалися б, і він наладувався б. Проте нічого подібного ніхто не спостерігав в експерименті.

Іншою важливою властивістю ладунку є його квантування. Досліди підтверджують, що всі елементарні частинки мають однакові ладунки. Розглянемо для прикладу дві елементарні частинки – протон і електрон. Між ними існує найбільша можлива для елементарних частинок різниця (хоча б те, що протон у 1836 разів важчий за електрон), але їхні ладунки однакові за значенням і протилежні за знаком. У цьому криється якась незбагненна для нас таємниця природи. Саме ладунки протона й електрона є тими найменшими значеннями ладунку, подальший поділ яких неможливий. Хоч останнім часом цю святиню у зв'язку з ученням про кварки добряче потрясає.

Одна з останніх гіпотез стверджує, що електрон як частинка найменших розмірів, складається з трьох кварків. На її доповнення ми висунули власну гіпотезу – лише про кварковий розподіл густин ладунку у трьох активних зонах однакового об'єму за радіусом: $-e/3$, $-e/3$, $+e/3$ з білою дірою в центрі. Така модель електрона скасовує принаймні дві важливі проблеми електрики, не вступаючи в протиріччя з її класичними законами, – кризу електромагнетної маси і точковості ладунку. Криза маси електрона була зумовлена дефіцитом, одержаної за універсальною формулою $m = E/c^2$ і за імпульсом електромагнетного поля. Криза точковості ладунку полягала в прямуванні до ∞ енергії і маси при прямуванні радіуса до 0. Експериментальний факт колапсу закону Кулона на відстанях 10^{-16} м каже про одне – за сферою електричного радіуса білої діри електричне поле відсутнє, а це буде тільки тоді, коли її не можуть переступити ладунки. Як бачимо, електрон малий, а наукові дискусії над ним точаться великі. Але детальніше про це йтиметься в параграфі 1.5.

Ладунок тіла є алгебраїчною сумою всіх його елементарних ладунків. В одному грамі речовини число електронів $3 \cdot 10^{23}$. На макрорівні дискретністю ладунку можна знехтувати, вважаючи, що його значення можуть змінюватися неперервно від нуля до допустимо великих.

Позначимо ладунок літерою q , вимірюється в кулонах: $C = A \cdot s$. На прак-

тиці доводиться користуватися й похідними поняттями: об'ємного, поверхневого й погонного ладунків.

1.2. Закон Кулона

Ще стародавні греки спостерігали, що натертий шматочок бурштину міг піднімати маленькі клаптики папірусу. Та минуло ще багато сотень років, доки люди знайшли пояснення цьому дивному явищу і встановили кількісний закон, що описує його. Не треба окремо оговорювати, що йдеться про силову взаємодію двох наладованих тіл і закон Кулона, який лежить в її основі,

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \mathbf{r}_{12}, \quad (1.1)$$

де $\mathbf{F}_{12}$ – вектор сили; q_1, q_2 – взаємодіючі ладунки; r_{12} – відстань між ладунками; $\mathbf{r}_{12}$ – орт, скерований від першого ладунку до другого; k – електрична константа

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987742 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}.$$

Таким чином, *нерухомі електричні ладунки відштовхуються або притягуються з силою, пропорційною добуткові значень ладунків, і обернено пропорційною квадратові відстані між ними*. При цьому припускається, що обидва ладунки мають точні координати, займаючи області, малі порівняно з r_{12} , бо інакше r_{12} втрачає однозначність. Умова нерухомості ладунків необхідна в даному випадку для виключення ефектів руху, що виникають під час руху і відомі під назвою магнетних сил.

Закон Кулона взаємодії електричних ладунків подібний до закону всесвітнього тяжіння Ньютона

$$\mathbf{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \mathbf{r}_{12}, \quad (1.2)$$

де m_1, m_2 – маси тіл, що взаємодіють; $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ (m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2})$ – гравітаційна константа.

Основним змістом обох законів є твердження про обернені залежності сили від квадрата відстані. Та, незважаючи на зовнішню схожість обох законів, вони приводять до різче відмінних кількісних результатів, які є наслідком із співвідношення $k/G = 1,35 \cdot 10^{20}$. А те, що з силою тяжіння ми зустрічаємося повсякденно і практично не відчуваємо електричних сил, є наслідком того, що неймовірно великі електричні сили є збалансованими в окремих

фізичних тілах. Але, якби в тілі нашого сусіда, який знаходиться на відстані витягнутої руки, електронів виявилось на один відсоток більше, ніж протонів, то зусилля взаємодії між нами було б достатнім, щоб підняти нашу планету.

Реальним прикладом величезної електричної взаємодії є атомна бомба. Її енергія – це енергія відштовхування між протонами двох уламків ядра важкого елемента. Протони ядра утримуються внутрішньоядерними силами, які більші за електричні сили відштовхування, але це сили близькодії. Якщо в ядро важкого елемента, яке містить багато протонів, потрапить повільний нейтрон, то він обумовить віддалення окремих протонів на відстань, більшу за відстань близькодії ядерних сил притягання. І тут безперешкодно починає діяти закон Кулона.

За сучасними відомостями діапазон відстаней дії закону Кулона починається від 10^{-16} м і більше. На менших відстанях застосування законів електромагнетизму сумнівне. Забігаючи вперед, скажемо, що на підставі закону Кулона та інваріантності ладунку відносно перетворення координат може бути побудована вся сучасна теорія електрики. Але такий шлях є невинновдано складним. Простішим є той, що веде до поняття магнетного поля.

1.3. Вектори електричного поля

Розглянемо деякий розподіл фіксованих у просторі електричних ладунків $q_1, q_2, \dots, q_N$. Якщо нас не цікавлять сили взаємодії цих ладунків між собою, а цікавлять взаємодії їх із деяким іншим електричним ладунком q з відомими координатами x, y, z , то цю силу можна обчислити згідно з (1.1):

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^N k \frac{q q_i}{r_i^2} \mathbf{r}_i, \quad (1.3)$$

де r_i – відстань від i -го ладунку до точки x, y, z ; $\mathbf{r}_i$ – просторовий орт.

Якщо винести за знак суми q , дістаємо

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E}, \quad (1.4)$$

де

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^N k \frac{q_i}{r_i^2} \mathbf{r}_i = \mathbf{E}(x, y, z). \quad (1.5)$$

Векторну величину (1.5) називають вектором напружености електричного поля, вимірюється у вольт/метр: V m^{-1} . Функцію $\mathbf{E}(x, y, z)$ можна обчислити в довільній точці простору. Тому виникає питання: чи характеризує вона фізичну субстанцію, яку називають електричним полем, чи є лише зручним

коефіцієнтом, який достатньо помножити на значення ладунку, щоб отримати значення сили. Тепер дотримуються першої думки, оскільки вектор електричного поля в довільній точці простору дає можливість передбачити силу, яка діятиме на довільний ладунок у цій точці, і ця сила здатна виконувати роботу.

Якщо в (1.4) прийняти $q = 1 \text{ C}$, то дістанемо $\mathbf{F} = \mathbf{E}$. Отже, *вектор напруженості електричного поля за значенням дорівнює вектору сили електричного поля, з яким воно діє на одиничний нерухомий позитивний ладунок у пустоті.*

Чимало зусиль витрачено на геометричну побудову картин полів, але всі вони недосконалі й не відображають фізичної суті. Найправильнішою точкою зору виявилась найабстрактніша – поля треба розглядати як математичні функції координат і часу. Ученням про поле ми завдячуємо англійському фізику Фарадею. Саме так він розв'язав задачу силової близькодії ладунків.

Магнетним полем Землі нас не здивуєш. Проте ми рідко замислюємося над тим, що живемо між обкладинками велетенського конденсатора. Його негативний електрод – Земля, а позитивний – іоносфера. Атмосферний генератор потужністю близько 700 MW підтримує напругу між електродами 400 kV. Напруженість електричного поля біля поверхні Землі такого конденсатора – 100 Vm^{-1} . Середньодобовий струм атмосфери (через недосконалість її ізоляційних властивостей) становить 1800 A, досягаючи мінімального значення о 4-й годині, а максимального – о 19-й годині за грінвіцьким часом. Цього струму достатньо, щоб за півгодини розладувати конденсатор і тим самим компенсувати весь негативний ладунок Землі. Але цього не відбувається, бо генератор із Землі в іоносферу концентрованими пучками у вигляді блискавок посилає назустріч атмосферному струму позитивні ладунки. На Землі одночасно відбувається близько 2000 гроз. У кожній з них зосереджується енергія, яка дорівнює енергії водневої бомби. Щосекунди в землю вдаряє 100 блискавок. Якщо у нас хороша погода, деś іде дощ, якщо у нас тріщать морози, деś стоїть нестерпна спека. На жаль, ми не можемо скористатись енергією атмосферного генератора, бо набуваємо потенціалу Землі.

Усі наші попередні міркування стосувалися фізичного процесу в пустоті. Поняття пустоти є відносним. В електриці під пустотою розуміють простір, заповнений лише електромагнетним полем. Реальне середовище зумовлює певний вплив на інтенсивність електричного поля. Це явище було вперше помічене ще Фарадеєм. Природно, що поле в реальному середовищі повинен характеризувати інший вектор – вектор електричної індукції $\mathbf{D}$, розмірність якого C m^{-2} .

Вектор $\mathbf{D}$ можна представити сумою двох векторів: вектора $\epsilon_0 \mathbf{E}$, який

характеризує поле в пустоті, і вектора поляризації $\mathbf{P}$, який характеризує поле зв'язаних ладунків:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}(\mathbf{E}), \quad (1.6)$$

де $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$, фарад/метр (F m^{-1}) – електрична константа.

Узагальнюючи (1.6), запишемо:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}). \quad (1.7)$$

Функція (1.7) – основна характеристика діелектрика. В ізотропному середовищі вектори $\mathbf{D}$ і $\mathbf{E}$ колінеарні, що є наслідком колінеарності векторів $\mathbf{E}$ і $\mathbf{P}$; в анізотропному – колінеарність векторів $\mathbf{D}$ і $\mathbf{E}$ порушується, оскільки неколінеарними є $\mathbf{P}$ і $\mathbf{E}$. В ізотропному лінійному середовищі вираз (1.7) спрощується:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (1.8)$$

де ε – діелектрична проникність середовища (F m^{-1}).

Якщо відомі $\mathbf{D}$ й $\mathbf{E}$, з (1.6) можна обчислити $\mathbf{P}$.

1.4. Вектори магнетного поля

Магнетне поле, подібно до електричного, описує взаємодію наладованих частинок. Магнетне поле визначається силою, що діє на рухомі ладунки. Як виявилося, ця сила є пропорційною швидкості руху ладунку й залежить від його напрямку. Експериментально встановлена формула визначення сили магнетного поля

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1.9)$$

де $\mathbf{v}$ – вектор швидкості; $\mathbf{B}$ – вектор магнетної індукції ($\text{T} = \text{Wb m}^{-2}$).

Вектор $\mathbf{B}$ є основною характеристикою магнетного поля. Він визначає його інтенсивність у даній точці простору. Таким чином, якщо відомі значення і напрям вектора $\mathbf{B}$, то цим визначається прискорення, яке отримала б рухома наладована частинка в цій просторово-часовій точці. Тільки з цієї причини й припустима уява про поле як про об'єктивну субстанцію.

Вектор $\mathbf{F}$ перпендикулярний до векторів $\mathbf{B}$ і $\mathbf{v}$. А сила, перпендикулярна до напрямку руху, не може виконувати роботу. Згідно з (1.9), модуль $F = qvB \sin(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$. Якщо тепер прийняти $q = 1 \text{ C}$, $v = 1 \text{ m s}^{-1}$, $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B} = 90^\circ$, то $F = B$. Отже, модуль вектора магнетної індукції за значенням дорівнює модулю вектора сили, з якою магнетне поле діє на одиничний позитивний ладунк, що рухається з одиничною швидкістю, причому в такому напрямі, коли ця сила є максимальною ($\sin(\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = 1$).

Магнетне поле – наш вічний супутник. Магнетне поле Землі біля її поверхні дорівнює приблизно $0.5 \cdot 10^{-4}$ Т. Поле звичайного електромагнету сягає 1...2 Т, а надпровідного промислового електромагнету – 6...8 Т. У локальних областях на поверхні Сонця (сонячні плями) магнетне поле досягає сотих часток тесла. Відомо кілька зірок, магнетні поля на поверхні яких більші за 0.1 Т. Безкраї магнетні поля нашої Галактики мають величину близько 10^{-9} Т. Але, незважаючи на таке мізерне значення, вони відіграють визначальну роль у її динаміці.

Геометричну побудову картини магнетного поля виконати ще складніше ніж електричного, оскільки в різних системах координат вона буде різною, а в системі, що шттивно зв'язана з рухомим ладунком, магнетне поле взагалі відсутнє.

Природно, якщо існують у даній системі координат одночасно електричне й магнетне поля, то силу треба визначити як результат поєднання (1.4) й (1.9):

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (1.10)$$

Цю силу часто називають силою Лоренца.

Магнетні сили значно менші від сил електричної взаємодії. Вони були б порівняно непомітними, якби природа не створила двох видів ладунку, здатних компенсувати силу електростатичної дії в тілах. У внутрішньоядерних явищах, де у взаємодії елементарних частинок діє сповна кулонівська сила, магнетні ефекти посідають друге місце після електричних взаємодій. Магнетні сили слабкіші за електричні саме на множник, що дорівнює квадратові відношення швидкості руху частинки до швидкості світла (v^2/c^2). Саме тому, що швидкість світла є обмеженою, спостерігається магнетна взаємодія, але якби вона була необмеженою, то магнетне поле не могло б існувати в принципі.

Як вже було сказано, магнетне поле проявляється через силову взаємодію на рухомі ладунки. Але встановлено, що генерують магнетне поле також лише рухомі ладунки. Статичні магнетні маси не існують, на відміну від статичних електричних мас, якими є ладунки. Уявлення про єдність електрики та магнетизму, що виникла після робіт Максвелла, наводила на думку, що будь-який рухомий ладунок повинен створювати магнетне поле. Але експериментально підтвердити це було неймовірно важко. Уперше факт виникнення магнетного поля при русі електростатично наладованого листа був установлений в минулому столітті Г. Роулендом. Магнетне поле, що підлягало вимірюванню, дорівнювало приблизно 10^{-5} значення поля Землі, вимірювання таких слабких полів є проблемою й для сучасних приладів. Так, за десять років до відкриття Герцем електромагнетних хвиль дослід Роуленда

дав незалежне підтвердження теорії електромагнетного поля Максвелла.

Формула (1.9) не пов'язана зі середовищем, у якому спостерігаємо магнетне поле. Та цілком резонно, що реальне середовище повинно впливати на інтенсивність магнетного поля, тому що воно містить матеріальні частинки, які мають електричний ладунк і перебувають у неперервному русі, а отже, й генерують власне магнетне поле. Тому вектор **V** дає змогу судити про інтенсивність джерела магнетного поля лише в пустоті, де відсутні рухомі ладунки. Щоб можна було судити про інтенсивність джерела в реальному середовищі, необхідно ввести іншу характеристику магнетного поля. Нею є вектор напружености магнетного поля **H** ($A\ m^{-1}$).

Усередині будь-якої речовини є рухомі ладунки. Цей рух ми уявляємо як рух електронів уздовж орбіт всередині атомів і як обертання електронів навколо своїх осей. Якщо ці рухи орієнтовані хаотично, то при макроскопічному розгляді явища наладовані частинки не створюють магнетного поля. Однак якщо під дією зовнішнього магнетного поля з'являється деякою мірою узгоджена орієнтація руху наладованих частинок, то вони створюють своє додаткове магнетне поле, яке деформує зовнішнє поле.

Вектор **H** можна також представити сумою двох векторів: вектора $v_0\mathbf{B}$, який характеризує поле в пустоті, і вектора намагнетчености **M**, який характеризує поле елементарних магнетних моментів середовища

$$\mathbf{H} = v_0\mathbf{B} - \mathbf{M}(\mathbf{B}). \quad (1.11)$$

де $v_0 = 0.796 \cdot 10^6\ (H^{-1}\ m)$ – магнетна константа.

Саме вектор **H** дає можливість судити про інтенсивність джерела магнетного поля.

Узагальнюючи (1.11), отримаємо

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{B}). \quad (1.12)$$

Функція (1.12) – основна характеристика магнетика. В ізотропному середовищі вектори **H** і **B** колінеарні, в анізотропному – неколінеарні.

В ізотропному лінійному середовищі вираз (1.12) спрощується:

$$\mathbf{H} = v\mathbf{B}, \quad (1.13)$$

де $v = 1/\mu$ – релуктивність (обернена магнетна проникність) середовища, μ – магнетна проникність.

Уся складність у тому, що поки що не вдається записати аналітично функціональну залежність (1.12), бо **H** у будь-який час залежить не тільки од **B** в той самий час, але й від усієї передісторії намагнетчування матеріалу. Намагнетченість і петлі гістерезису для різних речовин різні. Тут задіяні

хемічний склад матеріалу, технологія приготування тощо.

За відомими $\mathbf{B}$ і $\mathbf{H}$, згідно з (1.11), можна обчислити $\mathbf{M}$.

Описати математично криву нелінійних (феромагнетних) середовищ (1.12) – це нагальна потреба часу. Будемо надіятися, що це вдасться зробити в недалекий час.

1.5. Безконфліктна модель електрона

На жаль досі теорія електромагнетного поля не має безпроблемної моделі власної найпростішої наладованої елементарної частинки – електрона. Внутрішнє протиріччя відомих побудов зводиться до двох проблем. Перша з них пов'язана з парадоксом самодії електрона на самого себе. Її суть полягає в тому, що електромагнетна маса рухомого електрона, одержана за імпульсом електромагнетного поля, виявляється більшою за масу спокою. За розв'язання цієї проблеми свого часу бралися найсвітліші уми творців теоретичної фізики, але всі їхні розробки так чи інакше, але вимагали втручання у фундаментальні рівняння електромагнетизму, а то й цілковитої відмови від електромагнетної маси. Лише Пуанкаре як тимчасовий вихід з ситуації запропонував самодію електрона на самого себе – так звані "пружини Пуанкаре". Саме енергія цих магічних пружин і призначалася для компенсації потрібного дефіциту маси. Але пройшли літа, а пружин цих ніхто так і не виявив. Друга проблема пов'язана з безмежною енергією, а заодно й масою точкового ладунку при спрямуванні радіуса частинки до нуля.

З погляду на значущість цих проблем для теорії можна вважати за потрібне висказати і власну думку, яка не претендує на остаточну істину, але має право на існування, як і відомі. Забігаючи наперед, скажемо, що вона аж ніяк не вступає в суперечку ні з сучасною теорією електрики, ні з експериментом, а, навпаки, постає на їхньому тлі.

1. Пружини Пуанкаре. Електрон – стабільна, негативно наладована елементарна частинка, що входить до складу всіх атомів ($e = -1,60217733 \cdot 10^{-19}$ С) і маса ($m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31}$ kg). Час життя її понад 10^{26} років. Стабільністю, завдячує закону збереження електричного ладунку. Античастинкою є позитрон. Масу електрона можна легко обчислити за його імпульсом для швидкостей $v \ll c$ [11]. Густина імпульсу $\mathbf{g}$ електромагнетного поля знайдемо, ділячи вектор Пойтинга $\mathbf{\Pi} = \varepsilon_0 c^2 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ на c^2 , де c – швидкість світла,

$$\mathbf{g} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}, \quad (1.14)$$

Електрон розглядатимемо як наладовану сферу з радіусом a і ладунком q , яка рухається з постійною швидкістю, вектор якої $\mathbf{v}$. У деякій точці, що

знаходиться на відстані r від центра ладунку й під кутом Θ до лінії його руху, електричне поле радіальне, а силові лінії магнетного поля постають колами навколо лінії руху

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2}. \quad (1.15)$$

Згідно з (1.5) за означенням

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}; \quad \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}. \quad (1.16)$$

На підставі (1.14)–(1.16) можна одержати остаточно [11]

$$\mathbf{p} = \frac{2}{3} \frac{\alpha^2}{ac^2} \mathbf{v}, \quad \alpha^2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}, \quad (1.17)$$

де $\mathbf{p}$ – власне вектор імпульсу рухомого електрона.

Коефіцієнт пропорційності між векторами імпульсу і швидкості в (1.17) і є електромагнетною масою електрона

$$m_e = \frac{2}{3} \frac{\alpha^2}{ac^2}. \quad (1.18)$$

Експериментально підтверджено з похибкою до 15 мільйонних, що коефіцієнт α на відстанях 10^{-10} м. залишається тим самим. Скажемо, що в класичній фізиці його істинність признається і на відстанях 10^{-15} м.

Щодо істинности виразу (1.18) розбіжностей у фізиків немає. Але проблема в іншому – у відхиленні від (1.18) маси нерухомої частинки, отриманої за універсальним виразом енергії – $m_e = w/c^2$. Якщо вважати, що ладунк частинки знаходиться на її сферичній поверхні (m'), або рівномірно розподілений по об'єму кулі (m''), то:

$$m'_e = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{ac^2}; \quad m''_e = \frac{3}{5} \frac{\alpha^2}{ac^2}. \quad (1.19)$$

Щодо виводу першої з них застережень нема, бо a не переступає межі відстаней 10^{-16} м. А друга під сумнівом, бо в результаті бомбардування протонів швидкими електронами за їх розсіянням встановлено, що на відстанях 10^{-16} м закон Кулона не діє!

Дефіцит маси в обох випадках, як було сказано раніше, досі компенсу-

ють "напруженостями" або "пружинами" Пуанкаре. Щодо наявності їх суперечки ведуться досі.

Наша ідея дуже проста. Не виходячи за межі класичної електродинаміки, помирити між собою усі три маси (1.18), (1.19) на користь першої з них. Для того ми рішуче відмовляємося від поняття точкового ладунку, а реальний вважаємо розподієним по об'єму, але не рівномірно, як у випадку m , а – *нерівномірно!*

2. Безконфліктна модель електрона (гіпотеза про електричні білі діри).

Експериментальний факт колапсу закону Кулона на відстанях 10^{-16} м каже про одне – за сферою радіуса в околі таких розмірів електричне поле відсутнє, а це буде тільки тоді, коли її не зможуть переступити ладунки. Таким чином там виникає електрична порожнеча, яку умовно назовемо "білою дірою". Звісно, про закони електромагнетизму в такій порожнечі говорити не приходиться. Цілком резонно радіус такої білої діри шукати саме в елементарному ладунку, яким є електрон. У гравітації є теж подібне – "чорна діра", або сфера Шварцшильда. Фізичне тіло за цією сферою теж зазнає гравітаційного колапсу.

По аналогії з гравітацією вважатимемо, що електрон усередині теж електрично порожнистий! Так як радіус сфери Шварцшильда r_g називається гравітаційним, то ми радіус r_e нашої сфери назовемо подібно – електричним. Для типової нейтронної зірки гравітаційний радіус становить біля 1/3 від її власного радіуса. Тож можна очікувати, що електричний радіус теж буде кратним 1/3 від власного.

Розбіжність виразів (1.18), (1.19) однозначно доводить, що густина ладунку мусить бути розподіленою по об'єму частинки нерівномірно. Можна шукати різні варіанти цієї нерівномірності, але найпростіший з них, як показав досвід, – кварковий.

Кварки були придумані в 1964 р. Гелл-Маном і незалежно Цвейгом для пояснення симетрії у властивостях сильновзаємодіючих частинок – адронів. Електрон за уявою квантової фізики складається з трьох кварків (хоч є думка, що електрон як елементарна частинка неділимий), що володіють електричним ладунком кратним $e/3$. Ця кратність зустрічається у фізиці досить часто, наприклад, відношення магнетних моментів нейтрона й протона дорівнює $-2/3$, а гіперона й протона – $-1/3$ тощо. І дійсно, як буде показано далі електричний радіус електрона становить біля $2/3$ від його власного дійсного радіуса a . Чому дійсного? – Бо умовного $r_0 = 2,82 \cdot 10^{-15}$ м із-за невизначеності цифрових коефіцієнтів у (1.18), (1.19), тяжіючи до (1.18), за реальних маси m_e й ладунку e завищено в $3/2$ рази.

Про кварки пишуть по-різному. Експериментатори їх вважають безструктурними, точковими, що "перевірено аж до $5 \cdot 10^{-18}$ м". Квантова хромодинаміка вважає, що "безколірний" електрон складається з трьох умовно "кольорових" кварків (червоного, жовтого, синього), а кожен з двох їх має ладунок $-e/3$, а кварк третього кольору $+e/3$. Але є і чистосердечне: "У даний час відсутні будь-які експериментальні чи теоретичні думки щодо розподілу кварків у об'ємі електрона... З цього погляду гіпотеза про електрон у вигляді сфери є найпростіша й найприйнятніша [11]".

Ми не розглядаємо електрон як кваркову структуру, а лише прийемо кварковий розподіл густин ладунку у трьох активних зонах однакового об'єму за радіусом r : $-e/3$, $-e/3$, $+e/3$. Причому, така їхня послідовність визначена умовою (1.18). Це навіть дещо спрощує аналіз, бо дає змогу перших дві зони об'єднати в одну. В окремих зонах густина ладунку вважається сталою. Така модель електрона є чи не єдиною, що не зачіпає інтересів ні класичної, ні квантової електродинаміки. Бо на догоду класичній зберігає монолітність елементарної частинки, а на догоду квантовій – окремі наладовані зони трактує як окремі дискретні кварки. А крім того, міць такої конструкції електрона нагадує дивоміць дерев'яного колеса (-), стиснутого розпеченим залізним ободом (+) у давніх транспортних засобах.

За такої структури активних зон і наявності в центрі білої діри з радіусом r_e внутрішню енергію наладованої порожнистої кулі можна легко знайти за постулатом Максвелла, як суму енергій її окремих зон

$$w_{ei}(\xi) = \frac{\alpha^2}{2a} \left(\frac{m_1}{4b^2} \left(\frac{k_{r2}^5 - \xi^5}{5} \right) - \xi^3 (k_{r2}^2 - \xi^2) + \xi^6 \left(\frac{1}{\xi} - \frac{1}{k_{r2}} \right) + \frac{m_2^2}{5b^2} (1 - k_{r2}^5) - \right. \\ \left. - \left(\frac{m_2^2 k_{r2}^3}{b^2} + \frac{m_1 m_2}{b} \right) (1 - k_{r2}^2) + \left(\frac{m_2^2 k_{r2}^6}{b^2} + \frac{2m_1 m_2}{b} + m_1^2 \right) \left(\frac{1}{k_{r2}} - 1 \right) \right), \quad (1.20)$$

де $m_1 = -4/3$; $m_2 = +1/3$; $r_e = \xi a$, $r_1 = k_{r1} a$, $r_2 = k_{r2} a$ – радіуси білої діри, першої і другої активних зон; решту коефіцієнтів знаходимо, виходячи з умови рівності об'ємів окремих активних зон:

$$k_{r1} = \sqrt[3]{(k_{r2}^3 + \xi^3)/2}; \quad k_{r2} = \sqrt[3]{(2 + \xi^3)/3}; \quad b = 1 - k_{r2}^3.$$

Єдине значення ξ , що задовольняє умові (1.18), знаходимо як розв'язок нелінійного рівняння

$$w_{ei}(\xi) = \frac{\alpha^2}{6a}. \quad (1.21)$$

У результаті чого $\xi = 0.6308965 \approx 0.6309$, що знаходиться, як було очікувано, в околі $2/3 a$ з відхиленням 5 %.

Підставляючи числове значення ξ у (1.20) і ділячи одержаний результат на c^2 , одержимо масу електрона, зумовлену його внутрішньою електричною енергією

$$m_{ei} = \frac{1}{6} \frac{\alpha^2}{ac^2}. \quad (1.22)$$

Маса m'_e що фігурує в (1.19), зумовлена його зовнішньою електричною енергією. Це впливає з меж інтегрування при її виводі: $a \leq r \leq \infty$. Додаючи $m_e = m'_e + m_{ei}$, одержуємо результат, що тотожно збігається з (1.18). Що й треба було довести.

Оскільки тепер обидві маси збігаються, то за істинний радіус електрона можна брати його природне значення a .

Будемо вважати, що закони електрики позбавлені сенсу всередині "білої діри" з радіусом $r_e = 1,185246 \cdot 10^{-15}$ м оскільки за неї не можуть проникати електричні ладунки. Це дуже важливий висновок, бо він *скасовує чергову проблему безмежної енергії, а заодно маси точкового ладунку при $r \rightarrow 0$* . Бо r не може переступити межі радіуса "білої діри" електрона: $r \geq r_e$.

Гармонія зовнішніх сфер білої діри й усіх трьох активних зон вражає [15, 18, 19, 21]

0	$\xi = 0.6309$	$k_{r1} = 0.7901$	$k_{r2} = 0.9087$	1
$0 = \sqrt[3]{0/4a}$	$r_e = \sqrt[3]{1/4a}$	$r_1 = \sqrt[3]{2/4a}$	$r_2 = \sqrt[3]{3/4a}$	$a = \sqrt[3]{4/4a}$

За Г. Пуанкаре об'єктивною реальністю може бути тільки гармонія, що виражається математичними законами. З цього приводу процитую один із щоденних записів. Він стосується не тільки безпосередньо одержаних результатів, але й відкриває завісу до тайни творчості.

26.11.2017. *Львів*. В енергетичному рівнянні електрона виявив описки. А архівні матеріали на Волині. Довелося виводити все спочатку. Це забрало три доби безрезультатних надподських зусиль, заодно проковтнути найважче в житті вченого – зневіру. Але сказане Пуанкаре про універсальну гармонію світу, в яку так упираються попередні результати, зробило неможливе – одержаний нині результат ще досконаліший. Не обійшлося без чергового, чи не єдиного в науці, дива: *нелінійне (6-го порядку) алгебраїчне рівняння електричного радіуса розв'язалося в обхід математичних дій, виходячи лише з гармонії сфер, як: $x = \sqrt[3]{1/4}$! Не знати, чи існує*

ще де-небудь переконливіше підтвердження дуалістичного трактування буття.

Якщо таку будову електрона розглядати як кваркову, то виходячи з цієї гармонії, білу діру можна трактувати як *четвертий білий (нейтральний) кварк*. Тим більше, що одержаний нами розрахунковий радіус кулястого кварка збігається з електричним радіусом r_e з розбіжністю 5 %. Але в такому разі

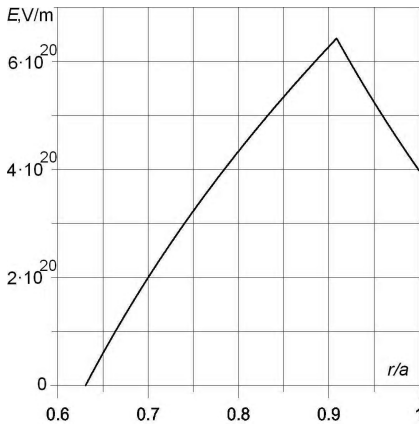


Рис. 1.1. Розподіл за радіусом напруженості електричного поля в тілі електрона

заради наявності орбітальних моментів ми не будемо нашим кваркам забороняти "віртуально обертатися" одному стосовно іншого.

Результати симуляції показано на рис. 1.1.

Запропонована модель електрона скасовує принаймні дві важливі проблеми електрики, не вступаючи в протиріччя з її класичними законами.

Цікаво, що Дж. Цвейг називав кварки тузами, але така назва не прижилася, бо тузів чотири, а кварків у первинній моделі було три. Можливо наш білий і є отим четвертим (?).

Усе сказане тут лишній раз підтверджує мудрість: "never say the never". Бо як інакше пояснити сказане

в квантовій фізиці [36]: "У наш час більшість фізиків уже розуміють, що спроби створити будь-яку класичну модель електрона не мають сенсу".

* * *

Основним предметом наших зацікавлень у наступному розділі будуть силові закони статички (1.1), (1.2), (1.10), пов'язані зі славними іменами І. Ньютона, Ш. Кулона й Г.-А. Лоренца.

2. ОСНОВНІ ЗАКОНИ ДИНАМІКИ

2.1. Закон Ньютона рухомих мас

Для рухомих мас у діапазоні досвітлових (дорелятивістських) швидкостей у класичній фізиці досі використовується гравітаційний закон Ньютона (1.2), який вважається, що забезпечує достатню точність не тільки в земних умовах, але й у космічних дослідженнях. Спираючись на власний Закон всесвітнього тяжіння, Ньютон вивів відкриті раніше Кеплером закони руху планет. Теорія Ньютона заклала основи динаміки Сонячної системи й відкрила можливості точного передбачення руху планет, їхніх супутників та комет.

Однак, при прискіпливому підході до рівнянь динаміки класичної фізики ситуація дещо погіршується. Якщо заглянути в квантову теорію мікросвіту, то можна виявити ще більше претензій. Обмеження нерухомістю гравітуючих мас можна трактувати по-іншому – миттєвою гравітаційною взаємодією. Насправді ж за сучасними уявленнями гравітаційне поле, як і електричне, розповсюджуються з максимально можливою фізичною швидкістю світла у вакуумі $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

Але є практичні задачі, яким цілком не задовольняє (1.2) і доводиться звертатися до неймовірно складних рівнянь загальної теорії відносності (ЗТВ) у викривленому Римановому просторі-часі, якими не завжди можна скористатися. Тому постає резонне питання, а чому б не адаптувати закон (1.2) на випадок рухомих мас у нашому звичному плоскому евклідовому просторі та спростити тим самим задачу до невпізнання?

Зрозуміло, що таке розв'язання проблеми не на користь СТВ і ЗТВ, тому то їм залишається єдине – об'явити поза законом перетворення Галілея, не дивлячись на позастолітнє застереження, зроблене Г. Пуанкаре щодо перетворень Лоренца [7], що *"ніякий фізичний досвід не може підтвердити істинність одних перетворень і відкинути інші, як неприпустимі"*.

"Витоки нерозуміння поглядів Пуанкаре, – читаємо далі в [7], – криються в розкритті умовного характеру одночасності. У результаті стало можливим помилкове розуміння цієї теорії, при якому основна увага акцентувалася на "неспроможності" перетворень Галілея. Це нерозуміння знайшло відображення в прийнятій логіці побудови теорії відносності, коли з релятивістських властивостей простору і часу виводяться нові властивості руху при високих швидкостях".

Тож, щоб адаптувати закон (1.2) до реальних умов, достатньо внести в розгляд факт часового гравітаційного запізнення! Инакше, у заморожений момент часу t відстань братимемо не до реального знаходження гравітованої

маси, а до гравітуючої точки з врахуванням часового запізнення Δt .

Математичні побудови робитимемо згідно з геометричними інтерпретаціями рис. 2.1. Без утрати узагальнення одну з мас, наприклад, m_1 уважатимемо нерухомою, іншу m_2 – рухомою уздовж напрямку вектора швидкості $\mathbf{v}$. Хай у заморожений момент часу t відстань між масами буде R . Але їхня гравітаційна взаємодія визначатиметься деяким запізненням на кут β , зумовлений

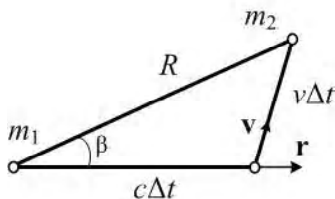


Рис. 2. 1. До геометричної інтерпретації пропагації гравітаційного поля зі скінченною швидкістю

ний запізненням проходження гравітаційної хвилі зі швидкістю світла c до відповідної точки траєкторії за деякий час Δt . Відстань, яку здолає рухома маса за цей час буде $v\Delta t$, де v – миттєва швидкість рухомої маси. Час Δt можна легко знайти як

$$\Delta t = \frac{R}{\sqrt{c^2 + v^2 + 2cv\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0}}. \quad (2.1)$$

Тоді реальна відстань між взаємодіючими масами з урахуванням часового запізнення становитиме

$$r = c\Delta t = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2} + 2\frac{v}{c}\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0}}. \quad (2.2)$$

Підставляючи (2.2) в (1.2), одержимо вираз адаптованого закону Ньютона на випадок рухомих мас [21, 30, 32, 34]

$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2\frac{v}{c}\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 \right) \mathbf{r}_0. \quad (2.3)$$

де $\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0$ – одиничні вектори скеровані від центра гравітуючої маси в точку гравітації і за швидкістю в даній точці.

Потрібне значення $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0$ знаходимо з відповідних координатних рівнянь механічного руху. Закон (2.3) успішно апробовано в задачах мікро- і макросвіту на досвітлових і підсвітлових швидкостях.

Нижче зупинимося на окремих випадках, за яких (2.3) значно спрощується.

Окремі випадки. 1. *Пряма траєкторія руху пролягає через центри взаємодіючих мас (поздовжня взаємодія).* Тоді $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 1$ при віддаленні мас і $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = -1$ при їхньому зближенні. Тож (4) спрощується

$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \left(1 \pm \frac{v}{c} \right)^2 \mathbf{r}_0, \quad (2.4)$$

причому, знак "+" появляється при віддаленні мас, а знак "-", навпаки, – їх зближенні.

2. *Рухомі маса рухається по колу навколо нерухомої (поперечна взаємодія).* У такрму разі $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 0$. Тоді (2.3) приймає інший вигляд

$$\mathbf{F} = G \frac{m_1 m_2}{R^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \mathbf{r}_0. \quad (2.5)$$

3. *Нерухомі маси.* За умови $v = 0$ вирази (2.3)–(2.5) вироджуються до вихідного закону Ньютона (1.2). У ЗТВ такого прямого переходу немає. Релятивістам доводиться виходити наверх у варіаційні принципи, міняти скалярну кривину простору на звиклу енергетичну функцію Лагранжа й пропускати все це через притаманні їм математичні лабіринти, роблячи тим самим відверту підміну понять [3].

Приклад 2.1. Знайти вираз гравітаційного радіуса сфери Шварцшильда R_g . Це радіус сферичного тіла, при якому його друга космічна швидкість дорівнює швидкості світла у вакуумі. При стисненні об'єкта в кулю з радіусом, рівним гравітаційному або меншим за нього, відбувається незворотний гравітаційний колапс – об'єкт перетворюється на чорну діру. Гравітаційний радіус визначається масою тіла. Для Сонця він становить 2,95 km, для Землі – 8,86 mm. Але Сонце не стиснеться до такого радіуса, оскільки замала маса, і гравітаційні сили не зможуть побороти сили міжелектронного відштовхування, зумовлені принципом заборони Паулі.

Перший розв'язок рівнянь ЗТВ одержав К. Шварцшильд у 1916 р. для нерухомого сферичного тіла, знайшовши відповідну метрику у сферичних координатах (див. (5.24) на с. 125), а заодно гравітаційний радіус гравітуючої маси M

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.6)$$

Ми розв'яжемо дану задачу значно простіше – в обхід метрики Шварцшильда у викривленому Римановому просторі, а заодно (із-за принципу) в обхід класичного енергетичного балансу. При цьому використаємо незаперечний принцип еквівалентності ЗТВ – рівності гравітаційної і інерційної мас. У наш час ця еквівалентність підтверджена експериментально з відносною похибкою аж до 10^{-12} , і, щиро кажучи, є надуманою проблемою. Сумнів тут може виникнути хіба що на світловій швидкості, наприклад, у задачах взаємодії гравітаційного й електричного полів.

Про властивості поверхні сфери Шварцшильда може йтися вже на рівні першої космічної швидкості – балансу орбітальних сил. Можна довести, що при $v = c$, перша й друга космічні швидкості перед лицем сингулярності збігаються.

За кутового прискорення

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad (2.7)$$

баланс сил запишемо згідно з (2.5), (2.7)

$$\frac{mc^2}{R_g} = G \frac{mM}{R_g^2} \left(1 + \frac{c^2}{c^2} \right). \quad (2.8)$$

Звідки

$$R_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.9)$$

Подвоєння результату (2.9) порівняно з класичним свідчить про те, що магнетний компонент сили при $v = c$ згідно з (2.8) дорівнює до електричного.

Збіг (2.6) і (2.9) не випадковий. Він засвідчує не тільки адекватність запропонованого нами виразу, але водночас і адекватність ЗТВ у задачах статки, яка все частіше зазнає критики особливо в наш стрімкий час. Достатньо сказати, що існує біля 13 альтернативних теорій, які постулюють більш радикальні зміни або взагалі суперечать ЗТВ. Вони мають і різний ступінь розробки. Тож, у руслі сказаного даний результат аж ніяк не треба трактувати як альтернативу ЗТВ, а лише як наслідування вище сказаного застереження Пуанкаре щодо "неспроможности" перетворень Галілея. Щоб не виникло недорозумінь, звертаємо увагу на те, що наша робота дистанційована від тотального несприйняття ЗТВ, як глибоко опрацьованого хоч і перегеометризованого образу на шляху покрокового наближення до величавого фізичного космічного явища, яка ще раз засвідчила феномен математики як всесвіт-

ньої мови!

Треба сказати, що дана задача непосильна ні класичному закону Ньютона (1.2), ні СТВ!

У наступному параграфі розглянемо практичний ужиток гравітаційного закону рухомих мас сумісно з координатними рівняннями в космічній практиці позовжньої взаємодії.

2.2. Динаміка вільного гравітаційного падіння

Аналізу перехідних механічних процесів у небесній механіці належить одне з ключових місць у дослідженнях Всесвіту. На підставі одержаних у попередньому параграфі теоретичних результатів покажемо, як просто розв'язати одну з практичних космічних задач, а саме: динаміку вільного гравітаційного падіння, коли центри гравітуючих мас знаходяться на одній прямій.

Аналіз у такому разі спрощується, бо відпадає потреба знаходити кутові координати, а раз так, то скалярний добуток у (2.3) наперед відомий. Він приймає значення $+1$ при віддаленні мас, або -1 при їхньому зближенні. У такому разі користуємося формулою (2.4), яка засвідчує, що при падінні з граничною швидкістю ($v = c$) гравітаційна взаємодія зникає сама по собі ($F \rightarrow 0$). Зате при зльоті ($v = -c$) сила зростає вчетверо ($F \rightarrow 4F$). Саме тим, правдоподібно, і пояснюються гравітаційні ефекти на кшталт гравітаційної затримки сигналів.

Позначивши гравітуючу масу M , а гравітовану (падаючу) – m , баланс сил вільного падіння гравітуючих мас запишемо на підставі (2.4) й другого закону Ньютона у скалярному записі

$$F = mg. \quad (2.10)$$

Прийнявши до уваги, що прискорення g визначається як

$$g = \frac{dv}{dt}, \quad (2.11)$$

баланс сил виглядатиме так

$$m \frac{dv}{dt} = G \frac{mM}{R^2} \left(1 - \frac{v}{c} \right)^2. \quad (2.12)$$

У результаті скорочення гравітованої маси m , що фігурує в (2.12), одержимо рівняння руху, в якому фігурує лише гравітаційне поле маси-джерела в навколишньому просторі, який умовно перебирає на себе силові функції

$$\frac{dv}{dt} = \frac{GM}{R(v)^2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2. \quad (2.13)$$

Щоб на практиці скористатися диференціальним рівнянням (2.13), необхідно конкретизувати нелінійну функцію $R(v)$. Так, для випадку чорної діри

$$R = R_g + h, \quad (2.14)$$

де R_g , h – радіус гравітуючого тіла і висота падіння гравітованої маси на це тіло.

Якщо підставити (2.14) у (2.13), то одержимо перше координатне рівняння

$$\frac{dv}{dt} = \frac{GM}{(R_g + h)^2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2. \quad (2.15)$$

Друге координатне рівняння очевидне

$$\frac{dh}{dt} = -v. \quad (2.16)$$

Задача Коші для диференціальних рівнянь вільного падіння в гравітаційному полі на підставі (2.15), (2.16) набуде завершеного вигляду

$$\frac{dv}{dt} = \frac{GM}{(R_g + h)^2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2; \quad \frac{dh}{dt} = -v; \quad \begin{matrix} v_0 \leq v \leq c; \\ h_0 \geq h \geq 0, \end{matrix} \quad (2.17)$$

де v_0 , h_0 – початкові умови.

Приклад 2.2. Просимулюємо вільне падіння гравітованої маси на колапсар – чорну діру зоряної величини, що має величезне гравітаційне поле. Колапсари мають власний гравітаційний радіус R_g і масу в діапазоні приблизно від 5 до декількох десятків мас сонця $M_\odot$.

Зупинимо вибір на конкретному колапсарі GRO J0422+32/V518 Per, масою $M = 4 M_\odot$, віддаленому на 8500 св. р. Результати інтегрування нелінійних гравітаційних рівнянь (2.17) показані на рис. 2.2 і рис. 2.3 за постійних параметрів:

$$M = 7,96 \cdot 10^{30} \text{ kg}; R_g = 11,82 \cdot 10^3 \text{ m};$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}; c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}.$$

і при початкових умовах: $v_0 = 0$; $h_0 = 250 \cdot 10^6 \text{ m}$

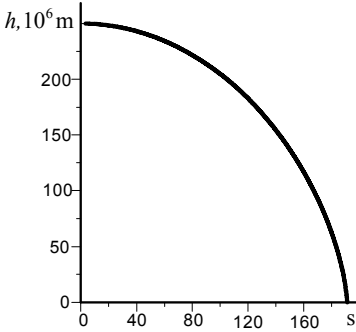


Рис.2.2. Часова залежність траєкторії вільного падіння $h = h(t)$ з висоти 250000 км на колапсар GRO J0422

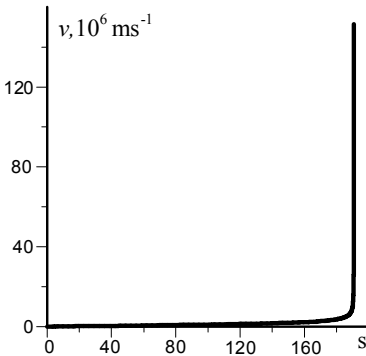


Рис. 2.3. Часова залежність швидкості вільного падіння $v = v(t)$ у перехідному процесі, що відповідає рис.2.2

Результати симуляції показали, що кінцева швидкість падіння дорівнює 119503813 (151532207) ms^{-1} , а час падіння вклався в $191,1$ ($190,6$) s. У дужках наявні відповідні дані, одержані за класичним гравітаційним законом Ньютона (1.2). Незначна швидкісна розбіжність (у межах 27 %) пояснюється мізерним часом перебування кривої $v = v(t)$ (рис. 2.3) у полі підсвітлових швидкостей.

При нагоді розвіємо один із найкрикливіших міфів не СТБ, а неправельного тлумачення фізики процесу про функціональну залежність маси від швидкості її руху

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad (2.18)$$

де m_0 – т. зв. маса спокою. Маса тілу дана звище і є його невід'ємним надбанням як міри часточки світової енергії відносного спокою. А радикал Лоренца, що фігурує в знаменнику (2.18), є результатом скінченної пропагації поля, що характеризує не масу, а її силову взаємодію з полем.

У нашому теоретичному дослідженні цю роль бере на себе квадрат множника, що в дужках, формули (2.4) як доповнення до (1.2). Це особливо стає зрозумілим,

якщо вникнути у математичний вивід узагальненого закону гравітації (2.3) за участю геометричних побудов рис. 2. 1.

2.3. Закон Кулона рухомих електричних мас

На підставі електро-механічних аналогій $m \rightarrow q$, $G \rightarrow k$, де q – електричний ладунок, а k – електрична константа, можна подібно до (2.3) адаптувати на випадок руху закон електростатики Кулона [21, 30, 32–35]

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{v}{c} \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 \right) \mathbf{r}_0. \quad (2.19)$$

Вираз (2.19) цілком узгоджений з геометричними побудовами рис. 2. 1. Нижче зупинимося на окремих випадках, за яких (2.19) теж спрощується.

Окремі випадки.

1. *Рухоме тіло рухається вздовж силової дії.* Тоді $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 1$ при віддаленні мас і $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = -1$ при їхньому зближенні. Тоді (2.19) спрощується [21]

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \left(1 \pm \frac{v}{c} \right)^2 \mathbf{r}_0, \quad (2.20)$$

причому, знак "+" указує на віддалення тіл, а знак "-" – на їхнє зближення.

При русі на зближення в природному керунку з граничною швидкістю ($v = c$) електрична взаємодія зникає сама по собі ($F \rightarrow 0$). Зате при гальмуванні (проти електричної дії ($v = -c$) релятивістський коефіцієнт зростає вчетверо ($F \rightarrow 4F$).

2. *Рухоме тіло рухається поперек силової дії.* У такому разі $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 0$. Тоді (2.19) приймає дещо інший вигляд

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \mathbf{r}_0, \quad (2.21)$$

3. *Нерухомі тіла.* За умови $v = 0$ вирази (2.19)–(2.21) вироджуються до вихідного закону (1.1).

Далі розглянемо практичну задачу руху електрона в нерівномірному електричному полі. Розв'язання такої задачі покаже реальні можливості виразу (2.19) у практичному аналізі.

2.4. Динаміка руху електрона в нерівномірному електричному полі

Взаємодія рухомих електронів з електричним полем – основний процес у всіх електронних приладах. Закони руху одного електрона в однорідному електричному полі з відомим наближенням можна застосувати до руху його в електронному потоці, якщо знехтувати їхнім взаємовідштовхуванням. Електричне поле в більшості випадків неоднорідне і вельми складне по своїй структурі. Тому вивчення руху електронів у неоднорідних електричних полях дуже утруднене й відноситься до галузі електроніки, званої електронною оптикою.

Динаміці руху електрона в електричному полі присвячено багато наукових публікацій, але всі вони в переважній більшості спираються на закон електричної взаємодії Кулона (1.1) – базовий закон електростатики, який визначає величину та напрямок сили взаємодії між двома нерухомими точковими ладунками. Але на складних траєкторіях руху навіть на досвітлових швидкостях, не кажучи вже про підсвітлові, закон Кулона недопустимо спотворює реальний процес.

Ладунок тіла, генеруючого поле, позначимо великою літерою Q , а ладунка рухомого тіла – малою q . Баланс сил вільного притягання між ними можна записати на підставі другого закону Ньютона (2.10), (2.11) і (2.20)

$$m \frac{dv}{dt} = k \frac{qQ}{R^2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2. \quad (2.22)$$

На підставі (2.22) одержимо диференціальне рівняння швидкості руху

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} \frac{kQ}{R(x)^2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2. \quad (2.23)$$

Щоб на практиці скористатися рівнянням (2.23), необхідно конкретизувати нелінійну функцію $R(x)$

$$R = r + x, \quad (2.24)$$

де r , x – радіус тіла, генеруючого поле, і відстань між взаємодіючими наладованими тілами.

Підставляючи (2.24) в (2.23), одержимо

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} \frac{kQ}{(r_e + x)^2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^2. \quad (2.25)$$

Координатне рівняння є звичне

$$\frac{dx}{dt} = -v. \quad (2.26)$$

Діапазон змінних у (2.25), (2.26) – для швидкості $v_0 \leq v \leq c$; для координати: $x_0 \geq x \geq 0$, де v_0, x_0 – початкові умови. Електричне поле може розганяти наладовану частинку, притягаючи, або відштовхуючи її, а може гальмувати, якщо вона по інерції рухається проти сил поля, що відтворюється знаками "-", "+" (зближення-віддалення).

Приклад 2.3. Просимулюємо електромеханічний процес вільного притягання електрона в нерівномірному електричному полі наладованої кулі з радіусом r_e і позитивним ладунком Q ; електрон вважатимемо точковим. Нагадаємо, що електрон є матеріальною частинкою з негативним електричним ладунком, значення якого $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ С. Маса електрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. Решта параметрів:

$$Q = +3.16 \cdot 10^{-4} \text{ C}; r_g = 0.10 \text{ m}; k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}; c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}.$$

Початкові умови: $v_0 = 0$; $x_0 = 10 \text{ m}$.

Результати симуляції. Результати сумісного інтегрування диференціальних рівнянь (2.25), (2.26) при вище заданих значеннях коефіцієнтів і початкових умов показані на рис. 2.4 і рис. 2.5. Задля якісної і кількісної оцінки прояву релятивістського ефекту на динаміку руху електрона в нерівномірному електричному полі наводяться дублюючі часові функції, одержані за класичним законом Кулона (1.1).

На підставі аналізу одержаних результатів комп'ютерної симуляції можна кількісно оцінити висновок класичної електроніки про те, що "у звиклих електровакуумних приладах швидкість електронів не перевищує $0,1 c$, тому масу електрона можна вважати сталою". Якщо бути критичним до цих слів, то варто процитувати [5]: "Фізичне моделювання спростовує міф про ріст маси. Змінюються умови взаємодії самих мас, включно з відстанню між ними". Ми повністю розділяємо правоту сказаного, що переконливо доводить вираз (2.19). Бо тут аж ніяк релятивістський коефіцієнт (що в дужках) не загониш у ладунк рухомого тіла, як це роблять спеціалісти СТВ з рухомою масою. Бо тут на перешкоді стоїть фундаментальний закон збереження ладунку!

Аналіз цифрових даних рис. 2.4. показав, що на швидкості $0,1 c$ у даній задачі маємо розходження швидкостей 4600 км/с , що становить відносну похибку 16% . Таку різницю похибку можна списати хіба що на специфічну нерівномірність електричного поля.

2.5. Сила Лоренца вихрового електричного поля

Основним використанням сили Лоренца (її окремого випадку – сили Ампера) є електричні машини. Вона також широко використовується в електронних приладах для впливу на наладовані частинки (електрони, іони), наприклад в електронно-променевих трубках, а також в мас-спектрометрії,

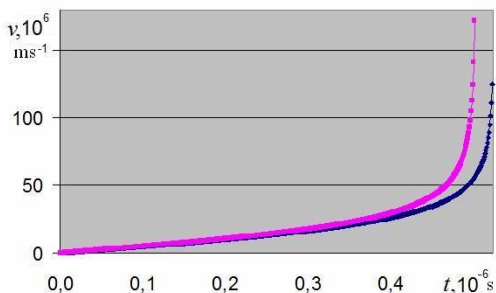


Рис. 2.4. Часова залежність швидкості $v = v(t)$. За абсцисою подано час у мікросекундах, а за ординатою – швидкість у тисячах кілометрів. Вища крива – результат, одержаний за класичним законом Кулона (1.1), нижча крива – за адаптованим законом рухомих ладунків (2.20)

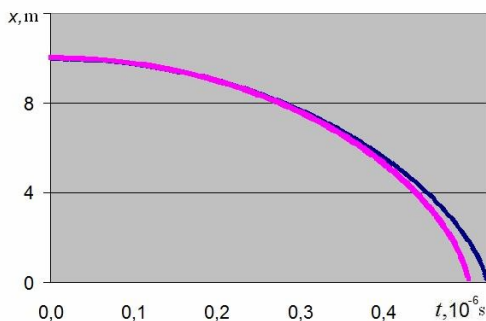


Рис. 2.5 Часова залежність траєкторії руху $x = x(t)$. За абсцисою подано час у мікросекундах, а за ординатою – здоланий шлях у метрах. Нижча крива – результат, одержаний за класичним законом Кулона (1.1), вища крива – за адаптованим законом рухомих ладунків (2.20)

МГД-генераторах. У прискорювачах наладованих частинок вона задає орбіту, по якій рухаються ці частинки. Сила Лоренца успішно застосовується при безконтактному вимірюванні швидкості руху провідної рідини. При русі роз-

плавленого металу або провідної рідини через магнетне поле всередині рідини pojawiaються вихрові струми, взаємодія яких з результуючим полем призводить до появи сили Лоренца, яка в свою чергу, залежить від електропровідності й швидкості руху рідини. Останнім часом сила Лоренца знайшла цікаве застосування в електродинамічних прискорювачах маси (рельсотронах), як перспективній зброї – електромагнетних гарматах (railguns). Використання порошу для стрільби досягло своєї межі – швидкість випущеного з їхньою допомогою ладунку обмежена $2,5 \text{ km s}^{-1}$. У той час як сучасна електромагнетна гармата розганяє струмопровідний снаряд до $7,2 \text{ km s}^{-1}$. Поразка цілі прирівнюється до ядерної. Але в цій історії є і світлий бік – можливість використання нової зброї в майбутній боротьбі з загрозливими нашій планеті астероїдами.

Електромагнетне поле в більшості випадків неоднорідне і вельми складне за структурою. Тому динаміка руху наладованих тіл у такому полі становить складну проблему теоретичної електрики.

Вираз сили Лоренца у векторній формі загальновідомий (1.10)

$$\mathbf{F} = q_2 (\mathbf{E}_q + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_q), \quad (2.27)$$

де $\mathbf{F}$ – вектор сили; де $\mathbf{B}_q$ – вектор магнетної індукції; $\mathbf{E}_q$ – вектор напружености електричного поля за означенням:

$$\mathbf{E}_q = k_q \frac{q_1}{r^2} \mathbf{r}_0. \quad (2.28)$$

Як розпоряджається силою Лоренца СТВ можна судити по [26]. Вони записують вираз для сили Кулона точкового ладунку Q відносно системи відліку K' , що рухається у вакуумі зі швидкістю $\mathbf{u}$ відносно системи K , у якій ладунок Q перебуває у спокої, а ладунок q рухається зі швидкістю $\mathbf{v}$ відносно нього (Q). Якщо ввести позначення

$$\mathbf{E} = \frac{Q\gamma\mathbf{r}}{\left(r^2 + \gamma^2 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{u})^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}; \quad \mathbf{B} = \frac{1}{c} [\mathbf{u} \times \mathbf{E}]; \quad (2.29)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad (2.30)$$

то формула (2.27) набирає вигляду

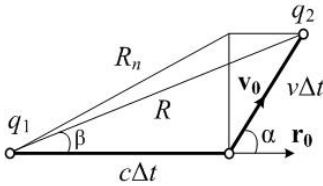
$$\mathbf{F} = q \left(E\mathbf{r} + \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \times E\gamma [\mathbf{u} \times \mathbf{r}]) \right) = q\mathbf{E} + \frac{q}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]. \quad (2.31)$$

Звідси очевидно, що магнетне поле – це релятивістський ефект, що пов'язаний із запізненням зміщення електричного поля (через кінеичність швидкості розповсюдження взаємодії) при русі його джерела зі швидкістю $\mathbf{u}$, або, чисто кінематично, через перетворення виразу сили взаємодії при переході

від однієї інерційної системи відліку до іншої. У випадку, коли ладунк, що створює поле, перебуває в спокої, вираз для сили Лоренца переходить у закон Кулона (1.4).

До подібних результатів можна прийти в обхід СТВ у фізичному просторі й часі [21, 33], не пов'язуючи себе з інерційною чи неінерційною системами відліку. Що буде нижче показано також і нами, але значно простіше й узагальненіше.

Рис. 2. 6. Геометризація часового запізнення польової взаємодії



Але повернімося до сили Лоренца. Для цього також виразимо інтервал часу Δt все

за тими ж геометричними побудовами рис. 2.1, а заодно дублюючого його рис. 2.6, але дещо инакше

$$\Delta t = R_n / \sqrt{c^2 + v_n^2}; \quad v_n = v \sin \alpha, \quad (2.32)$$

де v_n – нормальний компонент швидкості (рис. 2.6).

Тоді реальна відстань (2.2) взаємодії буде

$$r = c\Delta t = \frac{R_n}{\sqrt{1 + \frac{v_n^2}{c^2}}}. \quad (2.33)$$

Тепер на підставі (2.32), (2.33) формулу (2.19) можна записати у вигляді

$$\mathbf{F} = q_2 \left(E + v_n \frac{k_q q_1 v_n}{R_n^2 c^2} \right) \mathbf{r}_0; \quad (2.34)$$

причому, модуль вектора напружености електричного поля записуємо за означенням (1.5)

$$E = k \frac{q_1}{R_n^2}. \quad (2.35)$$

Далі скористаємося законом Біо-Савара у вигляді (1.15), причому

$$c = \sqrt{\frac{\nu_0}{\epsilon_0}}, \quad (2.36)$$

де ν_0 – магнетна релуктивність

$$\nu_0 = \epsilon_0 c^2 = 7.957749 \cdot 10^5 \text{ m/H}.$$

Якщо взяти до уваги (1.15), (2.32), (2.33), (2.35), то вираз (2.34) тотожно збігається з виразом сили Лоренца (2.27), що й треба було показати!

До речі, формулу (2.21) можна одержати за методами класичної електрики. Для цього достатньо лише підставити (1.15) у (2.27) у результаті чого отримаємо

$$\mathbf{F} = q_2 (\mathbf{E}_q + \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{E}_q))). \quad (2.37)$$

Виконавши подвійний векторний добуток у (2.37) за умов (2.35) і $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 0$, ми однозначно приходимо до (2.21). Сказане найпростіше проілюструвати в циліндричних координатах, коли $\mathbf{E} = -\mathbf{r}_0 E$; $\mathbf{v} = \mathbf{a}_0 v$:

$$\mathbf{F} = q_2 (-\mathbf{r}_0 E + \frac{1}{c^2} (\mathbf{a}_0 v \times (\mathbf{a}_0 v \times (-\mathbf{r}_0 E)))) = q_2 E \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \mathbf{r}_0. \quad (2.38)$$

Формули (1.1), (2.21), (2.37) вичерпно розкривають фізичну суть перших двох доданків швидкісного коефіцієнта (2.19) з числа трьох. Перший з них основний відповідає за силу Кулона, другий – за силу Лоренца, зумовлену поперечним компонентом швидкості руху наладованого тіла в електричному полі. Як буде показано в наступному параграфі третій доданок причетний до поздовжнього компонента швидкості руху. Це само по собі зрозуміло, бо інтенсивності електричного поля, значення швидкості руху явно недостатньо для визначення сили як вектора, для цього потрібна ще просторова орієнтація задіяних величин. Саме за цю орієнтацію і відповідає не швидкість, а вектор

швидкості, або в конкретній системі координат його проекції.

Таким чином, релятивістський ефект руху в електриці вдало закодований у магнетному полі, як релятивістському ефекті електричного поля. Про це відали творці магнетизму [11], але з часом ця істина була добряче електриками призабута. Зате релятивісти, судячи за виразом (2.31) і коментарем до нього, пам'ятають і творчо оперують цією істиною. Для нас це важливо, бо ми нетрадиційним підходом прийшли до того самого розуміння фізичного процесу.

До виразу сили Лоренца (2.27) ми ще звернемося повторно, але вже під іншим кутом зору – з позиції теорії гравітації.

2.6. Протоформула руху

Візуальна схожість законів (2.3) і (2.19) – не випадкова, за нею криється глибокий фізичний зміст. Саме він стане провідною ідеєю впродовж усього наступного розділу, де йтиметься про об'єднану теорію електрики і гравітації.

Виходячи з формальної схожості законів (2.3), (2.19), запишемо їх обох у загальному уніфікованому вигляді

$$\mathbf{F} = k_{\xi} \frac{\xi_1 \xi_2}{r^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{v}{c} \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r}_0 \right) \mathbf{r}_0, \quad \xi = q, m, \quad (2.39)$$

де $\mathbf{F}$ – вектор сили взаємодії двох точкових тіл ξ_1 і ξ_2 ; r – миттєва відстань між ними; k_{ξ} – сталий коефіцієнт; $\mathbf{r}_0$ – одиничний радіус-вектор. Причому, $\xi = m$ (у випадку гравітаційної взаємодії) і $\xi = q$ (у випадку електричної взаємодії), де m – механічна маса; q – електрична маса (ладунок).

Потрібну орієнтацію векторів простору і швидкості знаходимо з відповідних координатних рівнянь механічного руху!

Далі покажемо, що з формули (2.39), як триединого симбіозу законів Ньютона, Кулона і нашого Всеохоплюючого руху (*Panta rhei*), постає опис руху всього неповторного матеріального світу. На її підставі можна уніфікувати всі відомі закони механіки, виходячи із законів електрики. Мало того, ця дивовища формула наповнена по вінця глибоким філософським змістом.

Заодно з протоформулою (2.39) уніфікуємо й окремі випадки її як з боку механіки (2.4), (2.5), так і з боку електрики (2.20), (2.21).

Окремі випадки. 1. *Пряма траєкторія руху пролягає через взаємодіючі точкові тіла (поздовжня взаємодія).* Тоді $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 1$ при віддаленні мас і $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = -1$ при їхньому зближенні. За таких умов (2.39) спрощується

$$\mathbf{F} = k_{\xi} \frac{\xi_1 \xi_2}{r^2} \left(1 \pm \frac{v}{c} \right)^2 \mathbf{r}_0, \quad \xi = q, m, \quad (2.40)$$

причому, знак "+" указує на віддалення тіл, а знак "-", навпаки, – на їхнє зближення.

2. *Рухоме тіло рухається поперек силової дії (поперечна взаємодія).* У такому разі $\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 0$. Тоді (2.39) приймає інший вигляд

$$\mathbf{F} = k_{\xi} \frac{\xi_1 \xi_2}{r^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \mathbf{r}_0, \quad \xi = q, m, \quad (2.41)$$

3. *Нерухомі тіла.* За умови $v = 0$ вирази (2.39)–(2.41) вироджуються до вихідних законів (1.1) і (1.2), які на кшталт (2.39) запишемо в уніфікованій формі

$$\mathbf{F}_N = k_{\xi} \frac{\xi_1 \xi_2}{r^2} \mathbf{r}_0, \quad \xi = q, m. \quad (2.42)$$

У ЗТВ такого прямого переходу немає. Їм доводиться виходити наверх у варіаційні принципи, міняти скалярну кривизну простору на звиклу енергетичну функцію Лагранжа й пропускати все це через притамані їм математичні лабіринти, роблячи тим самим відверту підміну понять.

Оскільки ефект руху в електриці вдало закодований у магнетному полі, то тепер ніщо не перечить на підставі універсальної формули (2.39) за таким самим алгоритмом ввести подібну до (2.27) формулу в гравітаційному полі

$$\mathbf{F} = m_2 (\mathbf{E}_m + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_m). \quad (2.43)$$

Тут і в дальнішому індекс m указує на причетність до однойменних електричним механічних величин.

Математичне обґрунтування формули (2.43) з точки зору механіки буде зроблено дещо пізніше після одержаного потрібного для цього теоретичного матеріалу.

Зі щоденного запису.

11.06.2020. *Загорів*. 4⁰⁰. Диво-ранок. На очах світанкової заграви і півмісяця над головою постало утоплене в густому тумані село з ледве проглядуваним гаєм під музичний супровід гупала, стараннями якого двигтів став, і крику гайвороння. Глянув на оту небачену досі красу й оторопів: адже моя протоформула, як триєдиний символ законів Ньютона (1687), Кулона (1785) і мого Всеохоплюючого руху (2020) з подачі Гераклітоса Ефеського (535–475 до н. е.), постає з опису руху усього цього не-

повторного матеріального світу. Протоформулу присвячую дочці-красуні Любові, якій напередодні виповнилося 11 літ. На ранок заснув на годину, щоб зустрітися на диво вві сні зі Степаном Бандерою, котрий, видно, хотів підтримати мої (за його словами) "національні змагання в площині духовності і культури" його ж афоризмом: "ніщо не зупинить ідею, якої час настав".

2.7. Диференціальні рівняння руху

Аби зручніше було оперувати новими фізичними поняттями, розпишемо вектор сили (2.3) покомпонентно. Перший компонент, а він основний, втілює чи не найпотаємніші властивості світобудови – це закони силової взаємодії нерухомих стосовно одна одної фізичних мас, механічної і електричної. Він, як логічне розкриття суті (2.39) записаний попередньо як (2.42). Решту компонентів запишемо аналогічно

$$\mathbf{F}_L = k_\xi \frac{\xi_1 \xi_2}{r^2} \frac{v^2}{c^2} \mathbf{r}_0, \quad \xi = q, m; \quad (2.44)$$

$$\mathbf{F}_T = \left(2k_\xi \frac{\xi_1 \xi_2}{r^2} \frac{v}{c} \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{r}_0 \right) \mathbf{r}_0, \quad \xi = q, m. \quad (2.45)$$

Введемо поняття поздовжньої та поперечної проекцій швидкості руху

$$v_p = v \cos \alpha; \quad v_n = v \sin \alpha. \quad (2.46)$$

Друга з них згідно з (2.33) задіяна в (2.44), а перша як скалярний добуток одиничних векторів – у (2.45). Якщо тепер прийняти в (2.46) $\alpha = 0, \pi$, то ми приходимо до (2.40), а якщо $\alpha = \pi/2$, то – до (2.41).

Таким чином *компонент сили (2.44) при поперечній швидкості руху представляє магнетну силу в електричному полі, а при її пролонгації на гравітаційне поле – т. зв. гравітомагнетну силу. Поява в (2.44) множника v^2 / c^2 відповідає спостереженням, які в класичному формулюванні звучать як: "магнетна взаємодія слабша за електричну у v^2 / c^2 разів"*

Компонент сили (2.45) при поздовжній швидкості руху представляє новий радіальний компонент сили, який замикає трисутність вектора сили, що діє на рухомі тіла в електричному і гравітаційному полях.

При кутах, не кратних $\pi/2, \pi$, вирази (2.44) і (2.45) є одночасно та нероздільно відповідальні за поздовжній і поперечний компоненти єдиного вектора швидкості $\mathbf{v}$.

У практичному аналізі єдиний вектор сили (2.39) ділити покомпонентно немає потреби. Наш поділ зроблений лише з метою наблизитися до розуміння фізичної суті явищ, зумовлених рухом. Навпаки, його треба розглядати цілісно, розписавши в тій чи іншій системі координат.

Запишемо очевидні рівняння рухомої маси в класичному записі другого закону Ньютона

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}; \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}. \quad (2.47)$$

Нагадаємо, що в наших теоретичних розробках $m \neq m(v)$. Залежність від швидкості стосується лише взаємодії мас. Про це йшлося раніше.

Баланс сил (2.39), (2.47) запишемо по-координатно

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -k_\xi \frac{\xi_1 \xi_2 r_x}{mr^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y + r_z v_z}{cr} \right); \quad \frac{dr_x}{dt} = v_x; \\ \frac{dv_y}{dt} &= -k_\xi \frac{\xi_1 \xi_2 r_y}{mr^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y + r_z v_z}{cr} \right); \quad \frac{dr_y}{dt} = v_y; \quad \xi = q, m, \\ \frac{dv_z}{dt} &= -k_\xi \frac{\xi_1 \xi_2 r_z}{mr^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y + r_z v_z}{cr} \right); \quad \frac{dr_z}{dt} = v_z; \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2},$$

де r, v – модулі вектора-радіуса $\mathbf{r}$ і вектора швидкості $\mathbf{v}$

Вирази (2.48) утворюють повну систему алгебро-диференціальних рівнянь аналізу перехідних процесів у електричному та гравітаційному полях у 3D Евклідовому просторі і фізичному часі. Однозначність розв'язку забезпечують початкові умови: $r_x(0), r_y(0), r_z(0), v_x(0), v_y(0), v_z(0)$.

Далі теоретичним результатам (2.48) надамо комп'ютерну підтримку.

2.8. Рівняння руху небесних тіл.

Аналіз перехідних процесів у гравітаційному та електричному полях здійснюватимемо на підставі числового інтегрування диференціальних рівнянь (2.48). Згідно з нашою концепцією єдності світобудови розглянемо низку перехідних, а подекуди й усталених, процесів на всіх трьох рівнях: мега-, макро- і мікросвіту. Оскільки в наших дослідженнях засвітяться сингулярності, то йти-мемо від простіших, визнаних, до складніших, нововідкритих. А це спонукає

почати з мегасвіту.

Рівняння руху небесних тіл у гравітаційному полі одержуємо безпосередньо з (2.48) за умови $\xi = m$

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{GM r_x}{r^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y + r_z v_z}{cr} \right); & \frac{dr_x}{dt} &= v_x; \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{GM r_y}{r^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y + r_z v_z}{cr} \right); & \frac{dr_y}{dt} &= v_y; \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{GM r_z}{r^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y + r_z v_z}{cr} \right); & \frac{dr_z}{dt} &= v_z; \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Таким чином, часовий перебіг перехідного процесу задається лише значеннями гравітуючої маси M , гравітаційної константи G та початковими умовами, просторовими й швидкісними. А те, що в рівняннях (2.49) не фігурує гравітована маса, цілком уписується в принцип еквівалентності на користь властивостей простору, заповненого гравітаційним полем.

2.8.1. Чорний капкан.

Просимулюємо одне з див небесної механіки – захват чорною дірою небесного тіла на підсвітловій швидкості. Щоб спростити задачу моделювати-мемо в 2D просторі в площині поперечного перерізу центрів гравітуючої M і гравітованої m мас у декартовій системі координат x, y . За таких умов алгебро-диференціальні рівняння (2.49) спрощуються [21]

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{GM r_x}{r^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y}{rc} \right); & \frac{dr_x}{dt} &= v_x; \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{GM r_y}{r^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y}{rc} \right); & \frac{dr_y}{dt} &= v_y; \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Як бачимо, перехідний процес задається значеннями гравітуючої маси, гравітаційної константи та початковими умовами $r_x(0), r_y(0), v_x(0), v_y(0)$,

просторовими й швидкісними. А те, що в рівняннях (2.49) не фігурує гравітована маса, як було сказано перед тим, дійсно вписується в принцип еквівалентності на користь властивостей простору, заповненого гравітаційним полем.

Щоб показати реальний поріг можливостей небесної механіки Ньютона, нижче подаємо приклад симуляції двох віріантів захвату чорною дірою рухомого небесного тіла на до- і підсвітлових швидкостях.

Приклад 2.4. *Випадок підсвітлової швидкості (metacвіт).* Як об'єкт дослідження використаємо ту саму чорну діру – колапсар GROJ 0422, масою $M = 4M_{\odot}$ з прикладу 2.2, що на с. 26, при розрахункових параметрах:

$GM = 53,1 \cdot 10^{19} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$. Умовну зону гравітаційного захвату не так з метою зменшення одноманітних обчислювальних операцій, як підсилення експресивності графічного супроводу результатів симуляції, суттєво зменшуємо: $r_x(0) = -10000 \text{ km}$; $r_y(0) = 100 \text{ km}$. Швидкісні початкові умови задаємо двояко – для умовної межі досвітлових швидкостей (якщо по правді, то значно завищеної для можливостей небесної механіки Ньютона): $v_x(0) = 0,1 \text{ c}$; $v_y(0) = 0$; для підсвітлових швидкостей: $v_x(0) = 0,3 \text{ c}$; $v_y(0) = 0$.

Результати сумісного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь гравітації (2.50) показані на рис. 2.7 – рис. 2.13. Ілюстраційний матеріал підібрано таким чином, щоб показати цікаві можливі перебіги реального космічного перехідного процесу.

Перші чотири ілюстрації (рис. 2.7 – рис. 2.10) презентують перехідний процес чистого захвату гравітуючою масою (під сферу Шварцшильда) летючого небесного тіла на досвітловій швидкості. На рис. 2.8 показано випадок, коли гравітована маса зуміла вирватися з цупких обіймів чорної діри ціною викривлення власної траєкторії вільного польоту. Це один з можливих сценаріїв перебігу фізичного процесу. Але при заданих початкових умовах він переслідує іншу мету – показати неспроможність небесної механіки Ньютона адекватно описувати реальний процес на підсвітлових швидкостях. Як насправді протікає даний перехідний процес показують останні три ілюстрації (рис. 2.11 – рис. 2.13).

Не може не зачарувати раціональною красою часовий перебіг траєкторії рис. 2.11. Ми стали першими свідками математично описаної в реальному просторі і часі небесної гармонії процесу захвату на підсвітлових швидкостях на одну з власних стаціонарних супутникових орбіт одним небесним тілом іншого. За аналізом цифрових даних симуляції: радіус орбіти $R = 145,33 \text{ km}$

(ексцентриситет орбіти $e = 0,000231$); період обертання $T = 0,0114794\text{с}$; частоти, звичайна і циклічна: $f = 67,60\text{с}^{-1}$; $\omega = 2\pi f = 424,71\text{с}^{-1}$; лінійна швидкість $v = 61707\text{кмс}^{-1}$. Цікаво, що за час перехідного процесу гравітоване небесне тіло погасило лінійну швидкість від $0,30\text{с}$ до $0,21\text{с}$ (рис. 2.13).

Порівняймо хоч би за однією характеристикою отриманий усталений процес з класичним ньютонівським (на коловій орбіті це допустимо!). Хай нею буде перша космічна циклічна частота без урахування гравітомагнетної

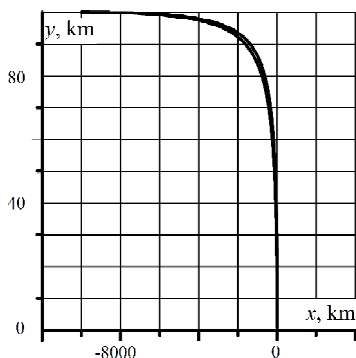


Рис. 2.7. Траєкторія захвату небесного тіла $r_y = r_y(r_x)$ за початкової умови $v(0) = 0,1\text{с}$. Верхня крива одержана згідно з (2.4), нижня – згідно з (1.2).

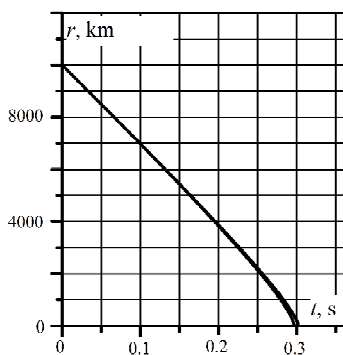


Рис. 2.8. Часова залежність відстані між гравітуючими небесними тілами $r = r(t)$, у перехідному процесі, що відповідає рис. 2.7 Верхня крива одержана згідно з (2.4), нижня – згідно з (1.2).

дії ω_1 і з її врахуванням ω_2 . Тоді з балансу відцентрової сили ($m\omega^2 R$) та відповідних сил (1.2) і (2.5) на стаціонарній орбіті одержуємо

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = 415.96; \quad \omega_2 = \frac{c}{R} \sqrt{\frac{GM}{Rc^2 - GM}} = 424.69. \quad (2.51)$$

Як бачимо, у порівнянні зі симуляційним результатом (424.71с^{-1}) чисто Ньютонівський результат ω_1 занижений на 2,1%, а з урахуванням вихрових ефектів руху ω_2 – лише на 0.0047%. Тож, результати симуляції цілком

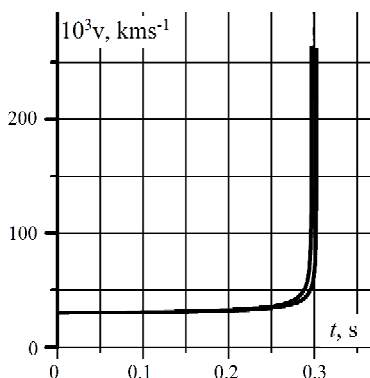


Рис.2.9. Швидкість падіння гравітованого небесного тіла $v = v(t)$, у перехідному процесі, що відповідає рис. 2.7. Верхня крива одержана згідно з (1.2), нижня – згідно з (2.4).

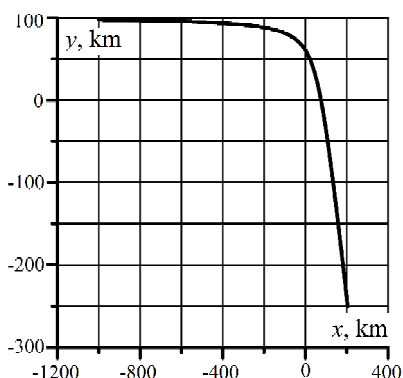


Рис. 2.10. Викривлення траєкторії гравітованого небесного тіла $r_y = r_y(r_x)$ за початкової умови $v(0) = 0,3c$. Крива одержана згідно з (1.2).

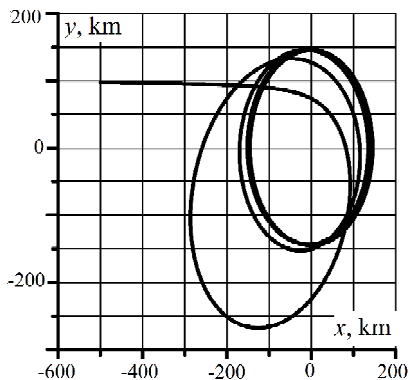


Рис. 2.11. Траєкторія гравітаційного захвату небесного тіла $r_y = r_y(r_x)$ на стаціонарну орбіту колапсара за початкової умови $v(0) = 0,3c$. Крива одержана згідно з (2.4).

відповідають фізиці процесу.

Можна тільки дивуватися, як з першого разу за наугад вибраних чотирьох початкових умов – координат і швидкостей руху – пощастило вийти на такий неочікуваний екзотичний перехідний процес! Це щось нагадує підбір світових констант за антропним принципом, які спровокували наше біологічне життя. Тут наче саме зоряне Небо винагородило автора за непомірно важкий мозковий труд на його далеких безкраїх зоряних просторах. Як би там не було, але для мене віднині раціональна диво-краса небесної зірки GRO J0422 не поступається ірраціональній диво-красі Волині, на чийй світлій землі народилася математична модель такого чорного диво-капкана.

2.8.2. Прецесія еліптичних орбіт.

Наші дослідження переконливо показали, що механічний рух еліптичними орбітами в полі електричного і механічного тяжіння в мега-, макро-, і мікросвіті супроводжується неминучою прецесією траєкторії за напрямком обертання. Так, у наш плинний час в геліоцентричних координатах прецесія орбіти сонячної планети Меркурія вимірюється $(574,1 \pm 0,65)''$ дуги за час земного століття.

У. Лєвер'є (U. Le Verrier) явище прецесії планети хибно пояснив виключно впливом решти планет Сонячної системи. Його результат – $526,7''$ дуги. А те, що він у 1846 р. відкрив планету Нептун у передбачуваному місці, викликало таку довіру до отриманого ним результату, яку ніхто не сміє піддати сумніву

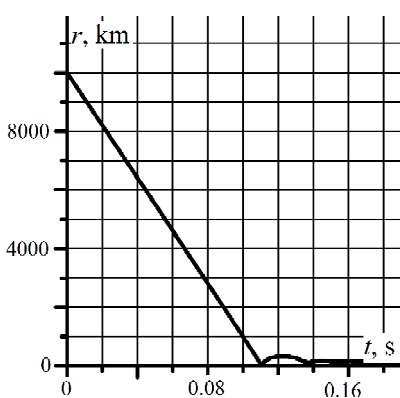


Рис. 2.12. Часова залежність відстані між гравітуючими небесними тілами $r = r(t)$, у перехідному процесі, що відповідає рис. 2.11.

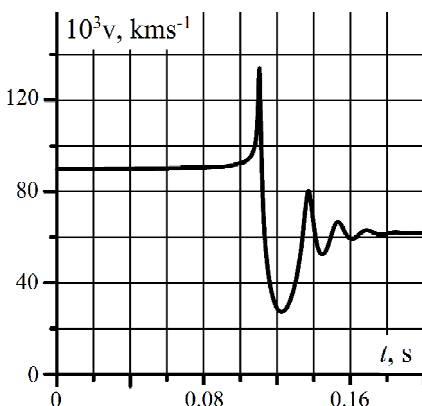


Рис. 2.13. Часова залежність швидкості заходу на орбіту гравітованого небесного тіла $v = v(t)$, у перехідному процесі, що відповідає рис. 2.11.

досі. Усі наступні теорії замість того, щоб шукати фізичну суть явища, зайнялися обґрунтуванням отих $43''$ дуги, що забракло результатам Лєвер'є до на той час відомих зі спостережень $570''$ дуги. За сучасними уточненими даними ця різниця дещо більша й становить близько $(47,3 \pm 0,65)''$ дуги за століття. Щоб обґрунтувати тодішні дефіцитні $43''$ дуги, робилися спроби переважно двох типів:

– пояснити прецесію впливом якоїсь невідомої матерії, що знаходиться поблизу Сонця;

– покращати ньютонівську теорію тяжіння, або запропонувати альтернативу їй.

Але дійсна причина явища залишалася досі не встановленою.

Спроби поліпшити ньютонівський закон всесвітнього тяжіння почалися ще з кінця XIX ст. Пропонувалися моделі без залежності і з залежністю від швидкості руху. Але всі вони будувалися в обхід фундаментальних законів природи. Зупинимося, для прикладу, на чотирьох характерних з них, приведених у [28].

Моделі без залежності від швидкості. 1. Поліпшення закону Ньютона С. Ньюком (S. Newcomb) ще в 1895 р. бачив таким

$$F = G \frac{mM}{R^{2+\delta}}, \quad (2.52)$$

де F – сила тяжіння мас m , M ; R – відстань між центрами мас; G – гравітаційна стала; δ – корегуючий коефіцієнт. Прецесія перигелію $\delta\varphi$ на один оберт в (1) дорівнює

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{R^{2+\delta}} = 2\pi \left(1 + \frac{\delta}{2}\right). \quad (2.53)$$

2. Невдовзі Г. Зелігер і К. Нойманн (H. Seeliger і K. Neumann) запропонували ще одну модифікацію закону всесвітнього тяжіння з експонентіальною корекцією гравітаційної взаємодії

$$F = G \frac{mM}{R^2} e^{-\lambda R}, \quad (2.54)$$

У ній додатковий множник забезпечує швидше, ніж у Ньютона, спадання тяжіння з відстанню.

Моделі зі залежністю від швидкості. 1. П. Гербер (P. Gerber) у 1898 р. запропонував формулу для гравітаційного потенціалу

$$V = \frac{4\pi^2 A^3}{RT^2 \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR}{dt}\right)^2}, \quad (2.55)$$

де T – період обертання; A – велика піввісь орбітального еліпса; c – швидкість світла у вакуумі.

2. А. Ейнштейн у 1915 р. вдало розрахував це відхилення і отримав практично точний збіг зі спостережуваними на той час 43" дуги за земне сторіччя

$$\delta\varphi = \frac{24\pi^3 A^2}{c^2 T^2 (1 - \varepsilon^2)}, \quad (2.56)$$

де ε – ексцентриситет еліпса траєкторії руху. Для Меркурія ця формула дає 42,98" за століття.

З цього короткого огляду напрашується висновок, що всі ці рекомендації одержані в результаті апроксимації реальної траєкторії конкретної планети на конкретній квазістаціонарній орбіті, а крім того, для замкнених орбіт. Можна назвати дві об'єктивні причини тодішніх невдач у поясненні прецесії досліджуваних еліптичних орбіт:

1. Відсутність комп'ютерної техніки не давала можливості не тільки розв'язувати нелінійні диференціальні рівняння руху, але навіть ставити перед собою такі задачі;

2. Математичні методи електрики і механіки рухомих тіл в просторово-часовій формі не застосовні до аналізу хаотичного руху в полі сил електричного і гравітаційного полів.

Успішне математичне моделювання перехідної прецесії перигелію космічних планет можливе лише на підставі рівнянь небесної механіки (2.49), у яких задіяний адаптований закон Ньютона на випадок рухомих мас (2.3). Акцентуємо увагу на його трьох компонентах (2.42), (2.44), (2.45). Гранична дольова участь у силовій взаємодії компонентів (2.44) і (2.45), виходячи зі швидкісних і орієнтаційних характеристик, очевидна

$$\mathbf{F}_L = (0 \div 1)\mathbf{F}_N; \quad \mathbf{F}_T = ((-2) \div (+2))\mathbf{F}_N. \quad (2.57)$$

Компонент сили (2.44) зумовлений поперечним компонентом швидкості, тому практично не впливає на прецесію орбіт. Відповідальним за неї виявляється компонент (2.45). Його залежність від швидкості руху вища, ніж у (2.44), бо за умови $v \leq c$ множник v/c у (2.44) піднесений до другого степеня, а в (2.45) – до першого. Сказане підтверджують результати комп'ютерної симуляції, представлені нижче.

Приклад 2.5. *Випадок досвітлової швидкості (метасвіт).* Пояснимо фізичну суть прецесії еліптичних планетних орбіт. Як об'єкт дослідження використаємо траєкторію Меркурія навколо Сонця. Задачу розв'яжемо в 2D просторі.

Результати інтегрування (2.50) показані на рис. 2.14 – 2.17 при сталих параметрах $GM = 13,27128 \cdot 10^{19} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$, що відповідають Сонцю. На рис. 2.14 показана часова залежність годографа просторового радіуса за початкових умов:

$$v_x(0) = 59000; v_y(0) = 0; r_x(0) = 0; r_y(0) = 0,46 \cdot 10^{11}.$$

Часова залежність самого просторового радіуса, показана на рис. 2.15. Вона засвідчує, що перехідний процес триває і далекий від усталеного значення.

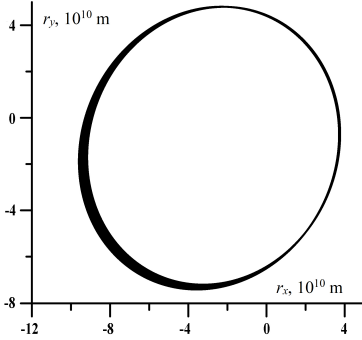


Рис. 2.14. Годограф відстані гравітованої планети в околі траєкторії Меркурія при початкових умовах:

$$v_x(0) = 59000; v_y(0) = 0;$$

$$r_x(0) = 0; r_y(0) = 0,46 \cdot 10^{11}.$$

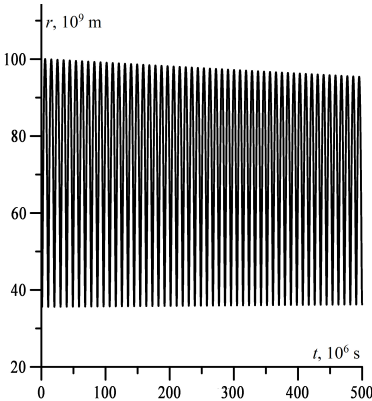


Рис. 2.15. Часова залежність радіуса $r(t)$ гравітованої планети в перехідному процесі, показаному на рис. 2.14

Для порівняння на рис. 2.16 показаний той самий перехідний процес, при тих самих початкових умовах, у тих самих часових межах, що й на рис. 2.14, але розрахований за класичними рівняннями за участю лише одного компонента сили, а саме Ньютона (2.44). З порівняння результатів бачимо, що обидва процеси відрізняються між собою не тільки кількісно, але і якісно. Якщо перший з них перехідний, то другий – усталений, бо відсутній радіальний компонент сили, який би корегував орбіту, у тому числі і її прецесію!

Виходячи з реальних графічних і часових роздільних здатностей, судити про перебіг перехідного процесу рис. 2.14, наближено до реально існуючих умов, не приходиться. Тому на рис. 2.17 показаний перехідний процес, у якому гравітовану масу (планету) в рази наближено до гравітуючої маси (Сонця). Тепер чітко проглядається не тільки прецесія перигелію в напрямку обертання планети, але й поступове зближення планети з зорею (розірваність орбіти).

Хоч, згідно з кривою рис. 2.15, перехідний процес триває, нам усе-таки пощастило достатньо близько підійти до спостережуваних результатів на реальній планеті. За аналізом цифрових даних останнього оберту з рис. 2.14 маємо (результати спостереження в дужках): ексцентриситет $0,2024 (0,2056)$,

максимальна віддаленість між центрами гравітуючих мас $= 69,59 \cdot 10^9$ ($69,82 \cdot 10^9$) м, мінімальна віддаленість між центрами гравітуючих мас $= 46,15 \cdot 10^9$ ($46,00 \cdot 10^9$)

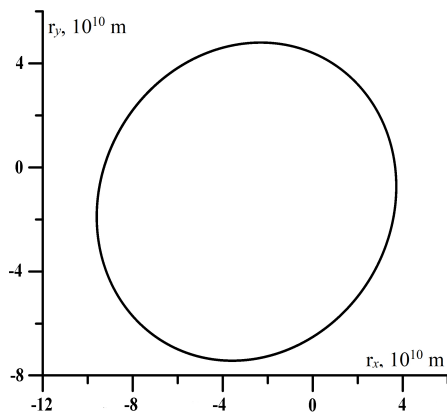


Рис. 2.16. Годограф відстані гравітованої планети, що відповідає перехідному процесові рис. 2.14, але розрахований за законом тяжіння Ньютона (2.43)

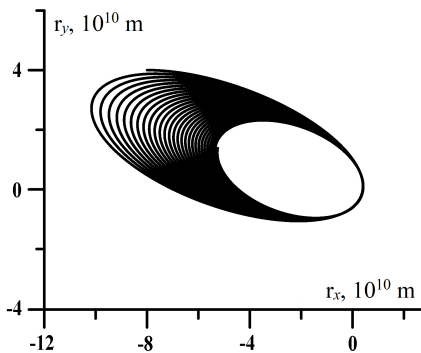


Рис. 2.17. Годограф відстані гравітованої планети в разі приближеної до Сонця при початкових умовах:

$$\begin{aligned} r_x(0) &= -0,8 \cdot 10^{11}; & r_y(0) &= 0,4 \cdot 10^{11}. \\ v_x(0) &= 25000; & v_y(0) &= 0; \end{aligned}$$

м, максимальна орбітальна швидкість 58805 ms^{-1} , мінімальна орбітальна швидкість 38999 ms^{-1} середня лінійна швидкість $v = 48902$ (47360) ms^{-1} . І все-таки, щоб судити про кількісні характеристики прецесії реального об'єкта цього не достатньо. Бо йдеться про фрагментарний заморожений у часі стан перехідного процесу, а нам потрібний усталений процес. А це пов'язано зі знаходженням початкових умов, що виключають перехідну реакцію. Але, щоб використати математичні методи для їх знаходження, на усталену орбіту накладається умова замкнутості. А насправді, згідно з показами рис. 2.17, так не є.

Прискіпливий аналіз гіперболізованого перехідного процесу за цифровими даними комп'ютерної симуляції зведений у таблицю, у якій подані граничні значення відстані планети від центра Сонця і граничні орбітальні швидкості руху еліптичною орбітою.

Перших чотири рядки таблиці одержані з останніх обертів планети при фізичному часі перебігу процесу на часовому інтервалі 0-80 магасекунд. Дані п'ятого рядка відповідають даним першого за часу інтегрування у 1,5 рази більшого. Дані всіх рядків таблиці та рис. 2.17 одержані при одних і тих початкових умовах! Детальніше:

– дані першого і п'ятого рядків одержані в результаті інтегрування

повних рівнянь стану (2.50);

– дані другого рядка одержані за відсутності третього компонента (2.45), який різко впливає на перебіг перехідної прецесії еліптичних орбіт планет;

– дані третього рядка одержані за механікою Ньютона (відсутності (2.44),(2.45)); бачимо: результат збігається практично з попереднім;

– дані четвертого рядка одержані за умови відсутності лише другого доданка (2.44), що презентує релятивістські гравітомагнетні сили. Дані першого і четвертого рядків майже збігаються. Цього слід було очікувати, бо

вже в другій половині XIX ст. було відомо, що релятивістські сили мізерно впливають на прецесію перигелію орбіти Меркурію (не більше як 6-7" на сторіччя). Цікаво відмітити, що в міру "падіння"

No	$t_e, 10^6 \cdot s$	$r_{min}, 10^9 \cdot m$	$r_{max}, 10^9 \cdot m$	v_{min}, m	v_{max}, m
1	80	3,989	70,420	14200	251016
2	80	3,903	109,422	9139	256254
3	80	3,903	109,422	9139	256191
4	80	3,989	70,420	14200	251029
5	120	4,049	55,247	18100	247159

ня" планети на зорю ексцентриситет квазіеліптичної траєкторії

$$\varepsilon = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max} + r_{min}} \quad (2.58)$$

зменшується. Так за даними першого і п'ятого рядків таблиці за 40 магасекунд він зменшився від 0,8947 до 0,8634.

Таким чином, за даними аналізу таблиці приходимо до висновку про те, що відповідальною за прецесію перигелію еліптичних орбіт планет є третя сила (2.45). Зрозуміло, що у випадку колової орбіти сила (2.45) тотожно дорівнює нулю! Тому на колових орбітах явище прецесії траєкторії є неможливе.

Сила (2.45) замикає триєдину силу гравітації на додачу до двох визнаних – Ньютона, гравітомагнетної (на кшталт Лоренца в електриці).

Як було сказано, сила (2.44) зумовлена тангенціальним компонентом швидкості, а сила (2.45) – нормальним. Тому-то, рівняння класичної фізики успішно працювали лише на стаціонарних траєкторіях, де нормальний компонент сили завідомо відсутній, – на замкнутих ідеальних колових орбітах. Це й стало основною причиною, як було сказано раніше, за якої методи класичної фізики поспішно були витіснені на задвірки мікросвіту. Що тільки нанесло шкоди фізично-математичній єдності світобудови.

Нам вдалося на підставі нових диференціальних рівнянь руху (2.49) пояснити істинну причину прецесії перигелію еліптичних орбіт. Важливо, те що вона має місце в усіх фізичних ситуаціях на рівні мега-, макро- і мікросвіту.

А чи можна одержати точний результат прецесії еліптичної траєкторії

Меркурія на підставі диференціальних рівнянь руху? – Можна. Але при цьому треба знати точні початкові просторово-швидкісні умови, які заклала Природа в процесі еволюції Сонячної системи, або відповідні початкові умови, що виключають перехідну реакцію (якщо усталений процес існує (?)). До слова, у XVIII ст. з'явилася наукова гіпотеза про те, що Меркурій – це колишній супутник Венери. А в 1976 р. Т. Фландерн і К. Харрінгтон показали, що ця гіпотеза навіть дещо пояснює більші відхилення орбіти Меркурія. Такі умови, звичайно, можна підібрати, але це надто трудомістка робота. Але сам ефект і його причини – пояснені вперше! Нам пощастило, як було сказано вище, вийти на наближений до реально існуючих умов стан (див. рис. 2.14), але – як на фрагментарний стан перехідного процесу, тому наші результати зсуву прецесії перигелію, що цілком логічно, виявилися завищеними. Бо, як показує аналіз, по мірі загасання перехідного процесу ексцентриситет еліптичної орбіти маліє, а заодно й прецесія тракторії, а на коловій орбіті вона взагалі зникає.

На кінець, можна сказати, що фізичну суть прецесії перигелію планети встановлено! Що ж стосується прецезійних кількісних характеристик явища на підставі диференціальних рівнянь руху, то ускладнення пов'язані лише з трудностю знаходження початкових просторово-швидкісних умов, закладених Природою в процесі еволюції зоряної системи, або трудностю знаходження відповідних початкових умов, що виключають перехідну реакцію. *Сказане стосується будь-яких диференціальних рівнянь, у тому числі рівнянь ЗТВ!*

2.9. Рух електрона у вихровому електричному полі

Динаміці руху електрично наладованих тіл у електричному полі присвячено багато наукових публікацій, наприклад [2], але всі вони в переважній більшості охоплюють діапазон досвітлових швидкостей. Досі існує хибна думка про те, що в такому діапазоні достатню точність забезпечує закон електричної взаємодії Кулона і магнітної взаємодії, так званої сили Лоренца. Але це, як буде показано нами, далеко не відповідає реальності, бо не береться до уваги третій компонент електричної силової взаємодії – радіальний. Саме про цей компонент і йтиметься в нашій розмові, про його вплив на динаміку руху наладованих тіл у електричному полі. Що стосується підсвітлових швидкостей руху наладованих тіл, то тут справи набагато гірші. Бо цей діапазон швидкостей взагалі не посильний класичній фізиці реальних простору і часу.

Наша мета – повернутися в часи Шарля Огюста Кулона з його законом силової взаємодії наладованих тіл та розпочати рух у іншому керунку. Питається, чому так далеко назад? А тому що на заваді пізніше став ще один компонент цієї сили – магнетної взаємодії, т. зв. сила Лоренца. Як було показано раніше ця сила цілком справедлива. Але саме вона затінила третій компонент електричної взаємодії. Цьому компоненту та його значущості присвячена

дане дослідження. Але це не означає, що ми перші поставили таку мету. Наприклад, можна назвати роботу [4], але вона теж не переступила через силу Лоренца.

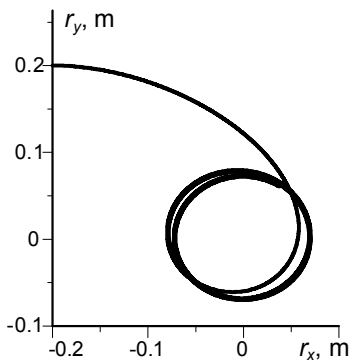
Аналіз здійснюватимемо на підставі диференціальних рівнянь руху (2.50) у 2D просторі. У декартових координатах за умови $\xi = q$ вони приймають вигляд

$$\begin{aligned}\frac{dv_x}{dt} &= -\frac{kqQr_x}{mr^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y}{cr} \right); \quad \frac{dr_x}{dt} = v_x; \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{kqQr_y}{mr^3} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} + 2 \frac{r_x v_x + r_y v_y}{cr} \right); \quad \frac{dr_y}{dt} = v_y; \\ r &= \sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},\end{aligned}\tag{2.59}$$

де Q – ладунк, генеруючий поле; q, m – ладунк і маса рухомого тіла.

Вираз (2.59) – диференціальні рівняння руху одного електрично наладованого тіла в полі іншого наладованого тіла. Однозначність їхнього розв'язку забезпечується початковими умовами $v_x(0), v_y(0), r_x(0), r_y(0)$. Реальний перебіг перехідного процесу надто чутливий до цих умов!

Приклад 2.6. *Випадок підсвітлової швидкості (макросвіт).* Розв'яжемо задачу захвату тілесною кулею з ладунком Q на власну орбіту рухомого електрона з ладунком $q = e$. Вихідні дані для комп'ютерної симуляції прийняті такими: $Q = 3,163 \cdot 10^{-7}$; $q = -1,602 \cdot 10^{-19}$; $k = 8,988 \cdot 10^9$; $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ при початкових умовах: $r_x(0) = -0,2$; $r_y(0) = 0,2$; $v_x(0) = 0,1c$; $v_y(0) = 0$.



На рис. 2.18 показані результати симуляції траєкторії захвату електрона наладованою кулею на одну з можливих власних орбіт.

Рис. 2.18. Часова залежність траєкторії руху електрона $r = r(t)$.

Згідно з цифровими даними перехідного процесу електрон практично захоплений на колову орбіту з середнім орбітальним радіусом $r = 0,0654$ м.

Ексцентриситет орбіти $\varepsilon = 0,00004966$.

На рис. 2.19 показано той самий перехідний процес, що й на рис. 2.18, але за умови відсутності в рівняннях

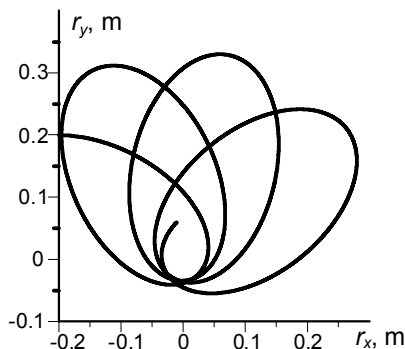


Рис. 2.19. Перехідний процес $r = r(t)$, що відповідає перехідному процесу рис. 2.18 за умови нехтування компонентом сили F_T (2.45).

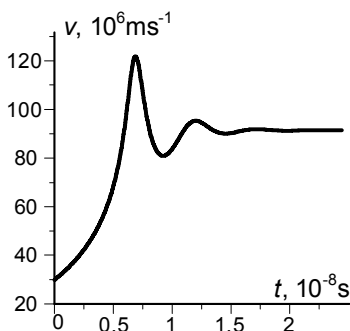


Рис. 2.20. Перехідна лінійна швидкість електрона $v = v(t)$, що відповідає перехідному процесу рис. 2.18

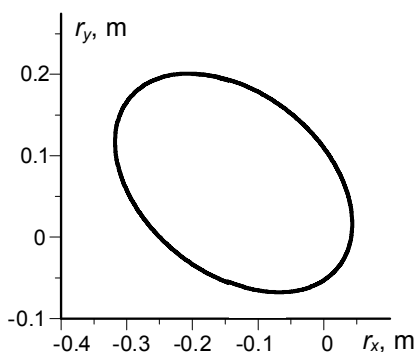


Рис. 2.21. Перехідний процес $r = r(t)$, що відповідає перехідному процесу рис. 2.18 за умови задіяного лише одного компонента сили – кулонівського F_C (2.42)

руху (2.59) доданків, що відповідають радіальній силі F_T (2.45). Перехідна крива рис. 2.19 відрізняється від відповідної кривої рис. 2.18 не тільки кількісно, але й різко якісно! А це говорить про те, що в практичному аналізі без третього компонента (2.45) результуючої сили (2.39) аж ніяк не обійтися!

Відсутність сили Лоренца (2.45) вносить похибку в обчислювальний процес траєкторії орбіти рис. 2.18 меншу, яка не перевищує 9,45 %.

Швидкісна характеристика електрона показана на рис. 2.20. Як бачимо, лінійна швидкість електрона зростає від 0,1 с до 0,3 с. Зростання лінійної швидкості рухомих наладованих тіл при захваті їх на

орбіту іншими наладованими тілами – характерне фізичне явище, особливо помітне в задачах електромеханічних станів у мікросвіті.

Було б недоречно обминути обмежені можливості електромеханіки за участю лише кулонівської сили (2.42). З цією метою було просимульовано перехідний процес, показаний на рис. 2.21, що відповідає перехідному процесові рис. 2.18. Таку різницю розбіжність траєкторій електрона, показаних на рис. 2.18 і рис. 2.21, можна було очікувати заздалегідь, виходячи лише з фізичних міркувань.

2.10. Електрична взаємодія тандему "електрон-протон"

На жаль методи класичної фізики були витіснені за межі мікросвіту. Але в цьому вина лягає на самі методи, які були в просторово-часовій формі не-застосовні до аналізу реальних задач. На відміну від класичного опису, у якому частинки розглядаються як матеріальні точки, а їхній рух описується координатами і швидкістю, то стан квантовомеханічної системи описується комплексною хвильовою функцією, яка не локалізована в точці, а займає весь нескінченний простір (рівняння Шредінгера та Дірака в лінійному наближенні). У такому описі поняття траєкторії не має сенсу, а рух описується в термінах потоку енергії та імпульсу.

Квантова фізика не пускає методів класичної фізики за межу з числовим значенням певної змінної з розмірністю J s елементарного кванта дії, сумірним зі сталою Планка $\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34}$. А в наших прикладах момент імпульсу emv електрона на орбіті саме в такій зоні. І все-таки для основ квантової фізики не може не мати важливого значення аналіз співвідношення класичних і квантових фізичних представлень. Тому забувати беззастережно клин між природно-математичною єдністю світу з одного боку мега- і макросвітом, а з другого боку мікросвітом можливо передчасно. Урешті-решт, це розуміють і самі творці квантової фізики. Так, автор [36] застерігає: "Малість змінної дії не завше свідчить про повну непридатність класичної теорії. У багатьох випадках вона може дати певну якісну уяву про поведінку системи, котру можна уточнити за допомогою квантовомеханічного підходу".

Аби виправдати виказане довір'я, покажемо, що електромеханічний стан атомної структури "електрон-протон", не дивлячись на мізерні просторові розміри мікросвіту, можна з користю для розуміння єдності фізичного процесу все-таки успішно описати.

Нас цікавитимуть не тільки перехідні процеси, але й усталені, про пошук яких дещо йшлося в задачах мегасвіту. Усталений стан з точки зору затрат мозкової праці найпростіше отримати диференціюванням (2.59) аж до загасання перехідного процесу. Але такий шлях неприйнятний із-за того, що перехідний процес може бути надто тривалим, і накопичення похибок чис-

лового інтегрування може спотворити кінцевий результат. Тому на практиці стараються віднайти такі початкові умови, які виключають перехідну реакцію. Для цього опрацьовані надійні загальні методи знаходження таких умов, виходячи з рівнянь першої варіації рівнянь електромеханічного стану [14]. Але про це може йтися лише в окремому дослідженні. Тут ми розглянемо окремий аналітичний випадок, пов'язаний з коловим орбітальним рухом електрона навколо протона ($\mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = 0$) – найпоширенішим випадком у практиці мікросвіту, але без урахування квантових законів.

У такому разі в полярній системі координат (2.41) спрощується

$$F_r = -\frac{kqQ}{mr^2} \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (2.60)$$

де F_r – радіальний компонент сили.

Вираз механічної радіальної сили в такому разі має вигляд

$$F_r = \frac{mv^2}{r}. \quad (2.61)$$

Виходячи з балансу сил (2.60), (2.61), одержуємо потрібний вираз, який пов'язує орбітальну лінійну швидкість з радіусом траєкторії

$$v = \sqrt{\frac{a}{br - d}}, \quad (2.62)$$

де a , b , d – сталі коефіцієнти

$$a = kqQc^2; \quad b = mc^2; \quad d = kqQ. \quad (2.63)$$

Для пари "електрон-протон" коефіцієнти (2.63) приймають числові значення:

$$a = 20,735435 \cdot 10^{-12}; \quad b = 81,871112 \cdot 10^{-15}; \quad d = 23,070425 \cdot 10^{-29}.$$

Важливою особливістю формули (2.62) є те, що вона враховує одночасно обидві класичні сили – Кулона і Лоренца. Щоб силою Лоренца знехтувати, достатньо у (2.62) у підкореному виразі чисельник і знаменник розділити на c^2 і зробити граничний перехід. Тоді приходимо до результату

$$v = \sqrt{\frac{d}{mr}}. \quad (2.64)$$

Формула (2.62) дає можливість для заданого радіуса колової орбіти електрона обчислити орбітальну лінійну швидкість. Такі швидкості і радіуси, будучи задіяні як початкові умови для диференціальних рівнянь стану (2.59), у процесі

їх інтегрування виключають перехідну реакцію. Тим самим ми входимо безпосередньо в усталений процес.

Якщо йдеться про будь-які стаціонарні колові орбіти електрона в атомі, то з точністю до п'ятого знаку вираз (2.62) можна замінити на простіший

$$v = \frac{15,91455}{\sqrt{r}} \cdot 10^5. \quad (2.65)$$

Якщо йдеться про стійкі квантові орбіти електрона в атомі гідргену з квантовими числами $n1, n2, n3 \dots$, то (2.65) ще спрощується

$$v = \frac{21,8773}{n} \cdot 10^5, \quad (2.66)$$

де n – головні квантові числа.

Одиниці вимірювання подані в системі СІ.

У [37] приведено таблицю лінійних орбітальних швидкостей електрона, одержаних різними підходами, виходячи з умов статичної рівноваги для квантових чисел: $n1, n2, n3, n4$. Якщо її доповнити нашими розрахунками, то матимемо

n	$r_o \cdot 10^{-10}$	$v_B \cdot 10^5$	$v_Q \cdot 10^5$	$v_P \cdot 10^5$	$v_T \cdot 10^5$
1	0.529	21.90	–	17.08	21.88
2	2.116	10.90	7.69	8.54	10.94
3	4.760	7.70	5.94	5.69	7.29
4	8.464	5.47	4.72	4.27	5.47

де r_o – заданий радіус атома, що відповідає певному квантовому числу n ;

$v_i (i = B, Q, P, T)$ – орбітальні лінійні швидкості, індекси B, Q, P, T указують на причетність до підходів Бора, квантового, Піскунова [37] і авторського за формулою (2.66), відповідно. При потребі їх можна записати точніше

$$v_1 = 21,8773 \cdot 10^5, \quad v_2 = 10,9386 \cdot 10^5, \quad v_3 = 7,2924 \cdot 10^5, \quad v_4 = 5,4693 \cdot 10^5.$$

Ці значення відповідають спостереженням. Якщо скористатися (2.64), нехтуючи силою Лоренца, то, наприклад, для основної орбіти (радіуса Бора) маємо: $v_1 = 21,8767 \cdot 10^5$. Такого малого відхилення треба було чекати, бо за даних швидкості релятивістський ефект є надто мізерний.

Оскільки ми працюємо з електронними орбітами, то можемо ставити питання про наявність у глибинах мікросвіту електромеханічних сірих дір на подоби гравітаційних чорних у небесній механіці. Їхні радіуси шукатимемо у звичний спосіб. Для цього достатньо скласти баланс сил (2.60) і (2.61) на

світловій швидкості ($v=c$), яка відповідає першій і другій космічній у мегасвіті. За умов (2.63) одержуємо

$$r_{em} = 2 \frac{d}{b} = 5,635791 \cdot 10^{-15}. \quad (2.67)$$

Зрозуміло, що за межами $r < r_{em}$ закони механіки колапсують.

Приклад 2.7. Просимулюємо деякі цікаві надреальні (у світлі тотальних заборон квантової фізики мікросвіту) ситуації динаміки пари "електрон-протон". Стартова числова інформація для інтегрування диференціальних рівнянь стану (2.59):

$$Q = 1,602 \cdot 10^{-19}; q = -Q; k = 8,988 \cdot 10^9; m = 9,109 \cdot 10^{-31};$$

Початкові умови, що виключають перехідну реакцію для орбіти $n = 1$:

$$r_x(0) = 0; r_y(0) = 0,529 \cdot 10^{-10}; v_x(0) = 2,188 \cdot 10^6; v_y(0) = 0,$$

а для $n = 4$:

$$r_x(0) = 0; r_y(0) = 8,467 \cdot 10^{-10}; v_x(0) = 5,469 \cdot 10^5; v_y(0) = 0,$$

одержані за виразом (2.66).

Результати симуляції показані на рис. 2.22 – рис. 2.26.

На рис. 2.22 показано траєкторію електрона атомного ядра, яка за аналізом

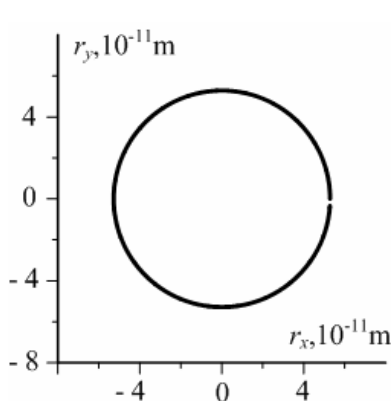


Рис. 2.22. Годограф радіуса $r = r(t)$ захвату рухомого електрона на колову орбіту ядра $n1$ атома Гідрогену.

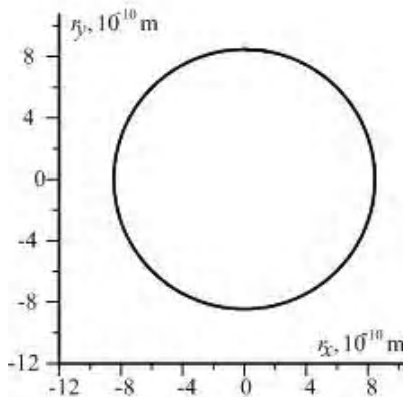


Рис. 2.23. Годограф радіуса $r = r(t)$ захвату рухомого електрона на колову орбіту ядра $n4$ атома Гідрогену.

цифрових даних вийшла практично на колову орбіту з класичними радіусом $r = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ і орбітальною лінійною швидкістю $v = 2,188 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$. А на наступному рис. 2.23 показано годограф траєкторії електрона, який вийшов за аналізом цифрових даних практично на колову квантову ($n=4$) орбіту з класич-

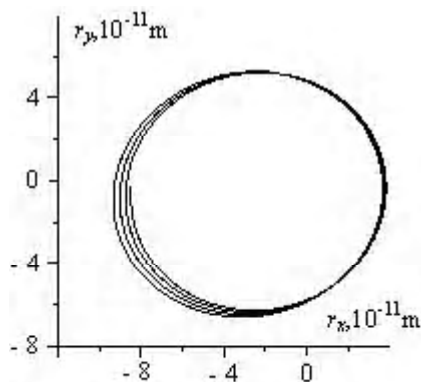


Рис. 2.24. Годограф радіуса $r = r(t)$ захвату рухомого електрона на колову квантову орбіту $n=4$ ядра атома Гідрогену при розбалансі початкових умов, що виключають перехідну реакцію

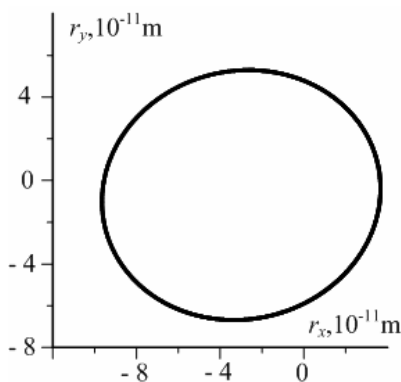


Рис. 2.25. Годограф радіуса $r = r(t)$, що відповідає годографу рис. 2.24, обчисленому лише за участю класичного закону Кулона.

ними радіусом $r = 8,464 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ і орбітальною лінійною швидкістю $v = 5,469 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$. За даними симуляції $r = 8,457 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, $v = 5,473 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$.

Процеси рис. 2.22, рис. 2.23 були просимульовані і за законами класичної механіки – за силової дії лише кулонівської сили. Результати практично збігаються з нашими. Це і зрозуміло, бо за даних значень орбітальної швидкості електрона релятивістський ефект (сила Лоренца) є мізерний.

А те, що в електромеханічному процесі рис. 2.22 і рис. 2.23 відсутні перехідні реакції, лише засвідчує ту неймовірну точність експериментальних вимірювань, які здатна людина здійснити на невидимому фізичному об'єкті! Достатньо здійснити маленьке відхилення від експериментальних початкових умов, як перехідного процесу не уникнути, а він достатньо затяжний у часі. Якщо йдеться про колову квантову ($n=1$) орбіту з класичними радіусом $r = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ і орбітальною лінійною швидкістю $v = 21,877 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$, то достатньо було початкову умову $r_x(0) = 0$ лише змістити вліво на пів атомного радіуса

$r_x(0) = -0,2645 \cdot 10^{-10}$, як перехідний процес заявив про власне право на існування (рис. 2.24). На рис. 2.25 продубльовано перехідний процес,

показаний на рис. 2.24, але за умови задіяного лише одного компонента сили – кулонівської (2.42). Як бачимо, перехідні процеси, показані на рис. 2.24 і рис. 2.25 підуть різночасно порізно.

Виходячи з реальних графічних і часових роздільних здатностей, судити про перебіг перехідного процесу рис. 2.24, наближеного до реально існуючих умов, не приходить. Тому на рис. 2.26 показаний гіперболізований перехідний процес, у якому електрон штучно наближено до ядра атома. Тепер чітко проглядається не тільки прецесія його орбіти в напрямку обертання електрона, але й поступове зближення з ядром атома. На останньому витку траєкторії електрона координати і швидкості вписуються в цілком логічні межі:

$$0.981 \cdot 10^{-11} \leq r \leq 1.810 \cdot 10^{-11}; \quad 3.205 \cdot 10^6 \leq v \leq 5.857 \cdot 10^6.$$

Неокласичний підхід працює, суворо кажучи, з розімкнутими еліптичними орбітами з поступовим зменшенням їхніх ексцентриситетів і помітною прецесією траєкторій у напрямку обертання. А це уможливорює заглянути у світ еліптичних орбіт і успішно пояснити ефект прецесії орбіти електрона. Цікаво, що подібне явище передбачив Зоммерфельд [40].

Що ж стосується аналізу багатоелектронних оболонок – то це питання суперпозиції сил (2.49), діючих на кожну задіяну в русі масу.

У процесі дослідження електромеханічних процесів пари "електрон-протон" виникла можливість заглянути за критичну межу (2.67) тандему ($r < r_{em}$). Результати симуляції покані на рис. 2.27 і рис. 2.28. Дійсно, було виявлено колапс механічної взаємодії, але при збереженні електричної, бо

радіус протона $r_p = 0,15r_{em}$, що демонструє крива швидкості руху електрона вглиб ірреальної матерії, яка переступила поріг швидкості світла. Але цікаве інше: комп'ютерна програма на знак математичної солідарності з фізикою процесу теж "вибухає" – зупиняється із-за числового переповнення. Тож, який цей Світ продуманий.

Просимульовані перехідні процеси, що показані на рис. 2.24, рис. 2.26 –

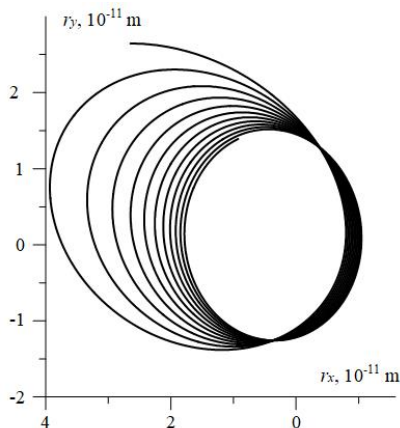


Рис. 2.26. Годограф $r = r(t)$ захвату електрона на нереальну еліптичну орбіту ядра атома з ексцентр. $\varepsilon = 0.448$ і гіперболізованою прецесією траєкторії.

рис. 2.28, непосильні методам класичної фізики. Розв'язавши ці задачі, ми тим самим підтримали єдність фундаментальних законів природи, притаманним усім рівням мега-, макро- і мегасвіту. Але це аж ніяк не заперечує існуванню специфічних законів природи, які наявні в кожному з цих рівнів, зокрема знаменитих квантових у мікросвіті [25, 36]!

Представлені графічно результати розрахунків модельних перехідних процесів силової взаємодії пари «електрон-протон» наочно ілюструють

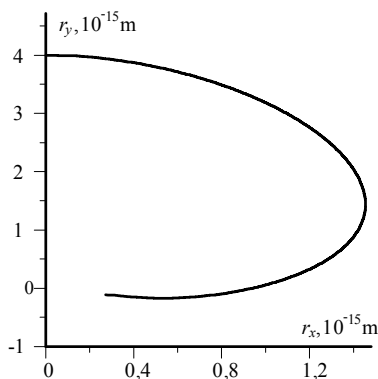


Рис. 2.27. Годограф радіуса $r = r(t)$ колапсу траєкторії електрона всередині електромеханічної чорної діри в полі силової дії протона

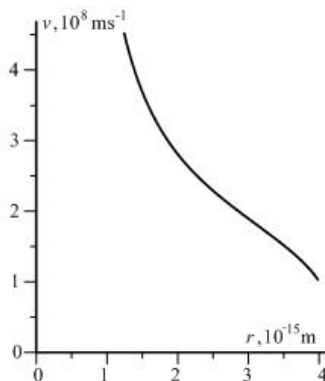


Рис. 2.28. Залежність $v = v(r)$, що демонструє колапс законів механіки в глибинах матерії

можливості неокласичного підходу в розв'язанні цілої низки принципових задач електромеханічної рівноваги рухомих наладованих тіл, не посильних методам класичної фізики.

PS. Те, що ми натрапили в лабіринтах теорії на такі поняття як радіус сірої діри r_{em} і сингулярність швидкості $v > c$ у просторі $r < r_{em}$, зобов'язує автора не мовчати з цього приводу. На поміч позвомо цитовані думки, взяті з [6], щоб не склалося враження, що вчені над цим не задумуються.

По-перше. Виходячи з теореми К. Геделя про неповноту наших знань, "з'являється дедалі більше підстав вважати, що без концепції інших всесвітів уже важко обійтись". У літературі можна надібати навіть думки, що ці всесвіти знаходяться не деінде, а в елементарних частинках. "А каналами зв'язку (з ними) можуть слугувати сингулярності, які в нашому Всесвіті мають місце у випадку чорних дір. Можливо, що бар'єри простору-часу, які відокремлюють нас від інших всесвітів не такі вже й неприступні. Не виключено, що вони з часом будуть подолані наукою і виведуть наші уявлення про Всесвіт на якіс-

но новий рівень". У такому разі сингулярність швидкості, а разом з нею згідно з (2.39) і сингулярність силової взаємодії у такому диво-просторі є неминучі, як того вимагає межа, по обидва боки якої діють різні фізичні закони. Зрозуміло, що розмова ведеться на рівні гіпотез. *Дана сингулярність дотикається до тих, що множинність всесвітів вбачають у глибинах матерії.*

По-друге. Ідеться про швидкісний поріг c , установлений експериментально як швидкість світла у вакуумі. Неможливість його переступити – це відомий постулат спеціальної теорії відносності. Тому-то радикал Лоренца й упирається в нього. До речі, ім'я радикалу надав сам Пуанкаре. Разом з тим до згаданого постулату ставився він з певним застереженням [7]. Але не нам судити про такі істини в невідомому світі. Про них скаже Час. Ми поки що залишаємося і ще довго залишатимемося по цю сторону порога, якщо не константи, то квазіконстанти c , бо інакше ми жити не вміємо. Інша справа – поговорити. Такі розмови разюче активізують наш утомлений мозок.

2.11. До енергетичних підходів

Може ми в дечому повторимося, але це потрібно для цілісного розуміння суті проблеми. Аналізу механічних і електричних динамічних процесів належить ключове місце у фізичних дослідженнях. Для рухомих мас у діапазоні навіть досвітлових швидкостей достатньої точності в загальному випадку не забезпечує закон всесвітнього тяжіння Ньютона, не кажучи вже про підсвітлові швидкості. Тому доводиться звертатися до неймовірно складних рівнянь загальної теорії відносності (ЗТВ) у викривленому Римановому просторі-часі, рівнянь, якими в більшості випадків не можна скористатися на практиці. Тож, постає резонне питання, а чому б не адаптувати названий закон на випадок рухомих мас у нашому звичлому плоскому Евклідовому просторі і фізичному часі, значно спростивши тим самим задачу?

Зрозуміло, що таке розв'язання проблеми не на користь СТВ, тому то свого часу нею були поставлені поза законом перетворення Галілея, не дивлячись на застереження, зроблені понад сто років тому Генрі Пуанкаре (1854-1912) щодо поспішного використання перетворень Лоренца [9]: "Це не означає, що вони були змушені це зробити; вони вважають, що нова угода більш зручна – ось і все. А ті, хто не дотримується їхньої думки і не бажає відмовлятися від своїх старих звичок, можуть з повним правом зберегти стару угоду. Між нами кажучи, я думаю, що вони ще довго будуть поступати таким чином". У [9] читаємо далі: "Особливому погляду Пуанкаре на нову теорію не надали серйозного значення. Багато пізніше, уже в другій половині ХХ ст. стало очевидним, що Пуанкаре мав цілковиту рацію, коли стверджував, що *ніякий фізичний досвід не може підтвердити істинність одних перетворень і відкинути інші, як неприпустимі*. Витоки нерозуміння поглядів Пуанкаре

криються в розкритті умовного характеру одночасності. У результаті стало можливим помилкове розуміння цієї теорії, при якому основна увага акцентувалася на "неспроможності" перетворень Галілея. Це нерозуміння знайшло відображення в прийнятій логіці побудови теорії відносності, коли з релятивістських властивостей простору і часу виводяться нові властивості руху при високих швидкостях".

Задумуючись над сказаним, стає цілком зрозумілим, що великий учений, не дивлячись на те, що сам був ініціатором релятивістської механіки, зумів побачити ту небезпеку, яку несли з собою ті, хто взялися розвивати ідеї нової фізики, не маючи для цього потрібного ресурсу знань і наукової інтуїції.

Значно радикальніше висловлювання через сто років знаходимо в [5]: "Заяви релятивістів про нездатність класичної фізики в цілому, як і закону всесвітнього тяжіння Ньютона описувати динамічні процеси, є помилковими. Для адаптації закону Ньютона в область динамічних полів всього лише потрібно коректне врахування скінченності швидкості поширення гравітаційного поля. При цьому, уже в області малих швидкостей з'являються відповідні множники, а при переході до швидкості світла проявляються нелінійні ефекти, які описуються трансцендентними рівняннями – то, що ніколи не може бути описано ні в рамках СТВ, ні в рамках ЗТВ. Нездатність релятивізму в описі динамічних процесів саме виникає з умов, при яких з'явилися їхні базові формули, вигадані по зовнішній схожості з законом Пуассона для статичних полів з додаванням нефізичних, також надуманих постулатів... Теорія відносності стала результатом симбіозу формалістично підходу до питання простору та довільних посилок. Наслідком цього є повна її нездатність відповідати на реальні питання часу. Продовження ж додавання нових і нових неочевидних припущень і тверджень все більше відсуває вчених від реального дослідження процесів у Всесвіті. Тільки повернення до вихідного тривимірного лінійного простору й часу класичної фізики поверне вчених на шлях вивчення саме фізичних процесів, а не жонглювання символами і пошуками неіснуючої коваріантності".

Про наше ставлення до ЗТВ йтиметься в останньому розділі (с. 126–127).

Набагато щасливіше склалася доля електрики. Джеймс Клерк Максвелл (1831–1879) об'єднав в одне ціле раніше розрізнені електрику, магнетизм і оптику, створивши тим самим єдину теорію електромагнетизму. Ця теорія охопила не тільки фундаментальні закони статички, але й частково динаміки у всеможливому діапазоні швидкостей.

Механіці рухомих мас довелося наздоганяти електрику. Але по дорозі вона попала в капкан математичного формалізму. У результаті чого їй було нав'язано цілу низку яскравих псевдоефектів, якими вона наївно бавиться досі, заганяючи себе в глухий кут.

Задум даної роботи цілком логічний – розвернути механіку в русло електрики, аби вона могла скористатися всіма надбаннями її славної теорії. Але це означає продовжити було розпочате Максвеллом об'єднання теорії фізичних процесів, але тепер уже йдеться про електрику й механіку. Результат їхнього об'єднання можна умовно назвати – електро-гравітаційним полем. Відсутність у цій назві поняття магнетизму не випадкове, бо це лише прояв ефектів руху в електриці (2.37). Але найважливіше те, що саме магнетизм затінив шлях об'єднанню механіки й електрики, принаймні на сотню літ.

В основу об'єднуючих зусиль прийнято експериментальні закони статистики – закон всесвітнього тяжіння І. Ньютона (1687) (1.1) і закон електричної взаємодії Ш. Кулона (1785) (1.2). Але заради поставленої цілі, їх довелося адаптувати на випадок рухомих їхніх компонентів – мас (2.3) і ладунків (2.19). Але, щоб адаптувати закон (1.2) до реальних умов, достатньо внести в розгляд часове запізнення польової взаємодії! Інакше, у заморожений момент часу t відстань братимемо не до реальної відстані R взаємодіючих тіл, а до взаємодіючої точки траєкторії з урахуванням часового відставання Δt .

Оскільки вектори $\mathbf{B}$ згідно з (1.15) є чисто вихрового походження, то їхні розходження мусять бути нульові. Для електрики $\nabla \cdot \mathbf{B}_q = 0$ – це експериментальний факт, для механіки він доказний, бо за означенням вектор кутової швидкості $\boldsymbol{\omega}$ є вихровим компонентом лінійної швидкості $\mathbf{v}$. На цій підставі можемо записати рівняння їхньої неперервності як тотожність через деякий вектор-потенціал $\mathbf{A}$ електричного й гравітаційного полів

$$\nabla \cdot \mathbf{B}_k = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}_k) = 0; \quad k = q, m, \quad (2.68)$$

Тепер головні вектори електричного і гравітаційного полів можна виразити однаково, на кшталт електричного поля

$$\mathbf{E}_k = -\frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial t}; \quad \mathbf{B}_k = \nabla \times \mathbf{A}_k; \quad k = q, m, \quad (2.69)$$

де $\mathbf{A}$ – вектор-потенціал електричного і гравітаційного полів. Похідні вектори знайдемо так

$$\mathbf{D}_k = \varepsilon_{0k} \mathbf{E}_k; \quad \mathbf{H}_k = \nu_{0k} \mathbf{B}_k; \quad k = q, m, \quad (2.70)$$

де $\mathbf{H}$ – вектор напруженості поля; ε_{0k} – проникність середовища; ν_{0k} – релуктивність середовища.

Увага! $\mathbf{B}$ і $\mathbf{H}$ – це виключно вихрові вектори, які згідно з (1.15) презентують ефекти, зумовлені пропagaцією електро-гравітаційного поля зі скінченною швидкістю c , і аж ніяк вони не є виразниками якогось міфічного поля

на кшталт магнетного в електриці. Тому ми їх так і називатимемо – *векторами індукції і напружености вихрових електричного і гравітаційного полів*.

Проникності середовища знаходимо за сталими (1.1), (1.2)

$$\varepsilon_{0k} = 1 / (4\pi k_k), \quad k = q, m. \quad (2.71)$$

Для вакууму їхні числові значення будуть:

$$\varepsilon_{0q} = 8.854188 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^4 \text{ A}^2; \quad \varepsilon_{0m} = 1.192378 \cdot 10^9 \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^2.$$

Релуктивності середовища знаходимо за швидкістю світла (2.36)

$$\nu_{0k} = \varepsilon_{0k} c^2, \quad k = e, m. \quad (2.72)$$

Їхні числові значення для вакууму такі:

$$\nu_{0q} = 7.957749 \cdot 10^5 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^2 \text{ A}^2; \quad \nu_{0m} = 1.071370 \cdot 10^{26} \text{ kg m}^{-1}.$$

Володіючи векторами (2.70), можемо записати вирази питомих кінетичної T_k , потенціальної P_k енергій і енергії дисипації Φ_k як

$$T_k = \frac{\varepsilon_{0k} E_k^2}{2}; \quad P_k = \frac{\nu_{0k} B_k^2}{2}; \quad \Phi_k = \frac{1}{2} \int_0^t \gamma_k E_k^2 dt, \quad k = q, m, \quad (2.73)$$

де γ_k – провідність дисипації середовища.

На підставі (2.73) згідно з (2.69) запишемо енергетичну функцію дії за Гамільтоном

$$S_k = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \left(\varepsilon_{0k} \left(-\frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial t} \right)^2 - \nu_{0k} (\nabla \times \mathbf{A}_k)^2 + \int_0^t \gamma_k \left(-\frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial t} \right)^2 dt \right) dt, \quad k = q, m. \quad (2.74)$$

За дією (2.74) на підставі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського [12–14] виходимо на рівняння вектор-потенціалу електричного і механічного поля. Зауважимо, що ЗТВ досі не має функціонала типу (2.74), який був би наповнений енергетичним змістом. Інваріант, що впливає з тензора Римана (скалярної кривизни чотиривимірного многовиду), що претендує на цю роль, – це лише геометрична абстракція.

Вирази (2.73), (2.74) повністю розчистили нам дорогу до основної мети – побудови об'єднаних рівнянь електрики і гравітації не тільки на міцній математичній основі, але й на міцній фізичній, за якою стоїть найутаємничена субстанція світобудови – **енергія**.

Енергетичні підходи розглянемо в наступному розділі за матеріалами досліджень [12, 17].

3. ЕНЕРГІТИЧНІ ПІДХОДИ

3.1. Енергія нелінійних систем

Енергія – одна із дивовижних субстанцій природи, якою ми теж дивною користуємося, не відаючи її таїни. Мало того, ми навчилися розрізняти її види, володіємо принципом збереження енергії, що витікає з принципу найменшої дії, котрі разом належать до загальних принципів природи, вирізняються широтою й універсальністю, підпорядковують під себе фундаментальні закони фізики й решти прикладних природничих наук. Вони уможливають найповніше описати фізичний процес, віднайти зв'язки, які можуть бути недоступні класичним підходам, а, основне, аналізувати різні фізичні процеси на підставі спільного математичного апарата.

У нелінійних системах до енергії ставляться нові вимоги, які були скриті у випадку лінійних систем. Мова йдеться про енергію руху. Виявляється, що у варіаційних методах енергетичних підходів кінетична енергія не спрацьовує. Замість неї треба брати так звану кінетичну кооперативну енергію, яку скорочено називають ко-енергією. Про суть цієї порівняно нової фізичної величини йтиметься дещо пізніше. А вперед пропустимо трохи ширший матеріал, що стосується енергії.

3.1.1. Густини енергії. Виразів густини енергії можна одержати безліч. Котрі з них істинні судити важко. Але є домовленість, що такими є найпростіші. Ми пропонуємо вирази густин усіх енергій, задіяних у (2.73), (2.74), такими

$$w_i = \int_0^{\eta} S_i(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\eta}, \quad i = p, k, kc; \quad w_{\Phi} = \int_0^t \int_0^{\mathbf{v}} S_{\Phi}(\mathbf{v}) \mathbf{v} d\mathbf{v} dt; \quad w_D = \int_0^t \mathbf{F} \mathbf{v} dt, \quad (3.1)$$

де $\mathbf{v}$, $\mathbf{F}$ – вектори швидкості й питомих сторонніх сил; індекси p, k, kc, Φ, D – указують на причетність до густин потенціальної та кінетичної енергій, кінетичної ко-енергії, енергії дисипації та енергії сторонніх сил, відповідно. Щодо останнього інтеграла, то він відтворює енергію джерел, яка в кожному конкретному випадку задається окремо без будь-яких застережень через зовнішні (сторонні) сили й узагальнені швидкості.

Змінні $S_i(\boldsymbol{\eta})$, $S_{\Phi}(\mathbf{v})$ завше мають зміст статичних матриць, що характеризують середовище, або зосереджений елемент. Якщо $\boldsymbol{\eta}$ надати зміст

векторів узагальнених координат, то лівий вираз (3.1) відтворює густину потенціальної енергії. Якщо ж їй надати змісту узагальнених імпульсів, то він відтворює густину кінетичної енергії. Якщо ж їй надати змісту узагальнених швидкостей, то він відтворює густину кінетичної ко-енергії. Покажемо це на прикладі електричних і механічних систем.

3.1.2. Енергія електромагнетного поля. Тут прийнято виражати питомі енергії через вектори поля, як похідні вектор-потенціалу $\mathbf{A}$ (2.69)

$$\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t; \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.2)$$

відтак (1.7), (1.12)

$$\mathbf{D} = E(\mathbf{E})\mathbf{E}; \quad \mathbf{H} = N(\mathbf{B})\mathbf{B}. \quad (3.3)$$

Як бачимо, вектор $\mathbf{B}$ можна трактувати як узагальнену координату, а вектор $\mathbf{E}$ – як узагальнену швидкість. Тому в теорії електромагнетного поля магнетну енергію слід трактувати як потенціальну, а електричну як кінетичну [12].

Підставляючи (3.3) у (3.1), одержимо вирази густин потенціальної енергії і кінетичної ко-енергії

$$w_p = \int_0^{\mathbf{B}} N(\mathbf{B})\mathbf{B}d\mathbf{B}; \quad w_{kc} = \int_0^{\mathbf{E}} E(\mathbf{E})\mathbf{E}d\mathbf{E}, \quad (3.4)$$

Якщо $\boldsymbol{\eta}$ надати зміст узагальненого імпульсу, то вираз (3.1) відтворює густину кінетичної енергії.

$$w_k = \int_0^{\mathbf{D}} \Xi(\mathbf{D})\mathbf{D}d\mathbf{D}, \quad (3.5)$$

де $\Xi(\mathbf{D})$ – обернена матриця статичних електричних проникностей ($\Xi = E^{-1}$).

У лінійному середовищі (3.4), (3.5) спрощуються до (2.73)

$$w_k = w_{kc} = \frac{\varepsilon E^2}{2}; \quad w_p = \frac{\nu B^2}{2}, \quad (3.6)$$

де ε, ν – константи.

Поняття кінетичної енергії і ко-енергії в полі векторів $\mathbf{E}$ - $\mathbf{D}$ пояснює рис. 3.1. Так, виходячи з інтегральних залежностей (3.4), (3.5), густина електричної енергії визначається площею верхнього криволінійного трикутника. У той

час як густина електричної ко-енергії визначається умовно площею нижнього криволінійного трикутника, що доповнює площу верхнього до площі прямокутника. Виходячи з цього обидві енергії можемо записати як

$$w_E = \int_0^D \mathbf{E} d\mathbf{D}; \quad w_{EC} = \int_0^E \mathbf{D} d\mathbf{E}. \quad (3.7)$$

Побудови рис. 3.1 ілюструють відому формулу інтегрування за частинами, членами якої є інтеграли (3.7).

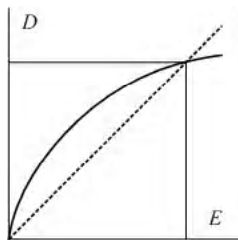


Рис. 3.1. До поняття енергії і ко-енергії

Тож, виникає резонне питання: кінетична ко-енергія розрахункова величина, чи за нею криється глибокий фізичний зміст? — Перша відповідь напрошується сама собою: уже те, що такі універсальні закони фізики як принцип збереження енергії і принцип найменшої дії, не можуть провадити до фізичних законів природи, виходячи з енергетичних перетворень нефізичної величини. Але постараємося в цьому розібратися дещо детальніше. Хоч ми й не отримаємо вичерпної відповіді, але дещо проллємо світло на проблему.

У теорії кіл усе навпаки — електрична енергія визначається ладунками конденсаторів q , а магнетна — струмами котушок індуктивності i , як швидкостями зміни ладунків. Похідні величини знаходяться як

$$u = q / C'(q); \quad \Psi = L'(i)i, \quad (3.8)$$

де u , Ψ — напруга конденсатора й повне потокозчеплення котушки індуктивності; $C'(q)$, $L'(i)$ — статичні ємність конденсатора й індуктивність котушки.

Електрична й магнетна енергії електромагнетного поля визначаються виразами

$$W_E = \int_V w_E dV; \quad W_M = \int_V w_M dV, \quad (3.9)$$

де w_E , w_M — густини електричної і магнетної енергій

$$w_E = \int_0^D \mathbf{E} d\mathbf{D}; \quad w_M = \int_0^B \mathbf{H} d\mathbf{B}. \quad (3.10)$$

У випадку лінійного середовища вирази (3.10) спрощуються і набирають вигляду (2.73)

$$w_E = \frac{\mathbf{E}\mathbf{D}}{2}; \quad w_M = \frac{\mathbf{H}\mathbf{B}}{2}. \quad (3.11)$$

З позиції теорії електромагнетного поля величини густин енергії постульовані так: *електрична та магнетна енергії локалізовані в полі й розподілені за об'ємом з цілком певною густиною*. Постульовані тому, що виразів для енергії поля можна одержати багато, а який з них правильний встановити поки що неможливо, а (3.11) – найпростіші.

Відповідні (3.9) густини енергій електромагнетних кіл подібні до (3.10)

$$W_M = \int_0^\Psi i(\Psi)d\Psi; \quad W_E = \int_0^i u(q)dq, \quad (3.12)$$

У теорії лінійних систем кінетична й потенціальна енергії вичерпно описують реальний процес у безвтратній системі. При переході до нелінійних поняття потенціальної енергії залишається в силі, а поняття кінетичної втрачає сенс. Її місце займає поняття кінетичної ко-енергії, запроваджене вперше Е. Черрі й У. Мілларом [22]. З поняттям кінетичної ко-енергії в електричних системах з зосередженими параметрами ми вперше зустрічаємось у працях американців Д. Уайта й Г. Вудсона [10], а в системах з розподіленими параметрами – українця А. Чабана [12,13], який надав йому такої ваги, що ми з повним правом можемо сказати: *поняття кінетичної ко-енергії – це ключ до інтердисциплінарного математичного моделювання фізичних процесів, якому поки що немає альтернативи*.

На питання: кінетична ко-енергія розрахункова величина, чи за нею криється глибокий фізичний зміст? – Ми твердо притримуємося думки, що це – реальна величина, причому вихідна. Але тоді напрошується інша думка: може відмовитися від кінетичної енергії на користь кінетичної ко-енергії? – Але перш ніж виносити вирок кінетичній енергії, покажемо, що до неї можна прийти, виходячи з чисто експериментального закону Кулона.

3.1.3. Щодо непохитності поняття електричної енергії. Спокуса підмінити кінетичну енергію кінетичною ко-енергією хоча б у тому, що перша не працює у варіаційних методах, а друга працює. До поняття енергії ми прийшли з рівнянь Максвелла, а в них задіяні і постулат, і релятивістський ефект. Тож постараємось підійти до проблеми з чисто експериментального рівняння Лоренца. Принаймні то повино зняти питання: а чи не можна вийти на ко-енергію в такий спосіб як вийшли на енергію?

Надамо кожному з доданків сили Лоренца (1.10) такого вигляду

$$d\mathbf{F}_E = qd\mathbf{E}; \quad d\mathbf{F}_M = q(\mathbf{v} \times d\mathbf{B}). \quad (3.13)$$

Інтегруючи (3.13), одержимо

$$\mathbf{F}_E = \int_0^{\mathbf{E}} q d\mathbf{E}; \quad \mathbf{F}_M = \int_0^{\mathbf{B}} q (\mathbf{v} \times d\mathbf{B}). \quad (3.14)$$

Проаналізуємо кожен з цих виразів окремо.

Кінетична енергія електричного поля. Перший вираз (3.14) презентує кулонівську силу в безвихровому електричному полі ($\nabla \times \mathbf{E} = 0$). Якщо взяти до уваги, що потік вектора індукції електричного поля скерований у середину об'єму інтегрування ($\nabla \cdot \mathbf{D} = -\rho$), де ρ – щільність об'ємного ладунку, то першому виразу (3.14) можемо надати вигляду

$$\mathbf{F}_E = - \int_0^{\mathbf{E}} \int_V \rho dV d\mathbf{E} = - \int_V \int_0^{\mathbf{E}} (\nabla \cdot \mathbf{D}) d\mathbf{E} dV. \quad (3.15)$$

Внутрішній інтеграл у (3.15) запишемо згідно з теоремою для безвихрових полів ($\nabla \times \mathbf{E} = 0$)

$$\int_0^{\mathbf{D}(\mathbf{E})} (\nabla \cdot \mathbf{D}) d\mathbf{E} = \nabla \cdot \int_0^{\mathbf{D}} \mathbf{E} d\mathbf{D}. \quad (3.16)$$

Підставляючи (3.16) у (3.15), ми приходимо до класичного виразу

$$\mathbf{F}_E = - \nabla \cdot \int_V \int_0^{\mathbf{D}} \mathbf{E} d\mathbf{D} dV; \quad (3.17)$$

Що й треба було показати.

Потенціальна енергія магнетного поля. Якщо взяти до уваги закон Ампера

$$\rho \mathbf{v} = \boldsymbol{\delta} = \nabla \times \mathbf{H}, \quad (3.18)$$

то другому виразу (3.13) можемо надати вигляду

$$\mathbf{F}_M = \int_0^{\mathbf{B}} \int_V \rho dV (\mathbf{v} \times d\mathbf{B}) = \int_V \int_0^{\mathbf{B}} (\nabla \times \mathbf{H} \times d\mathbf{B}) dV. \quad (3.19)$$

Внутрішній інтеграл у (3.19) за умови $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ буде [17]

$$\int_0^{\mathbf{B}} (\nabla \times \mathbf{H} \times d\mathbf{B}) = -\nabla \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{H} d\mathbf{B}. \quad (3.20)$$

Підставляючи (3.20) у (3.19) приходимо до другого виразу

$$\mathbf{F}_M = -\nabla \int_V \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{H} d\mathbf{B} dV. \quad (3.21)$$

Що й треба було показати.

Якщо бути послідовнішим, то до (3.17), (3.21) ми все ж таки приходимо з точністю до градієнта. Таким чином до постульованих виразів електричної і магнетної питомих енергій у нелінійному анізотропному середовищі (в лінійному як окремий випадок) можна прийти, виходячи й з експериментальних фундаментальних законів електромагнетизму. Тому ці поняття неохитні. Тож до ко-енергії треба шукати принципово нові шляхи. З приводу обох енергій ми скажемо свою думку, але сперш перейдемо до їхніх силових проявів.

3.1.4. Силові характеристики. Вимірною величиною енергії є сила. Густину сил шукатимемо за їхніми градієнтами

$$\mathbf{f}_{kc} = -\nabla w_{kc}; \quad \mathbf{f}_k = -\nabla w_k. \quad (3.22)$$

Підставляючи сюди (3.4), (3.5), одержимо

$$\mathbf{f}_{kc} = -\nabla \int_0^{\mathbf{E}} \mathbf{D} d\mathbf{E}, \quad \mathbf{f}_k = -\nabla \int_0^{\mathbf{D}} \mathbf{E} d\mathbf{D}. \quad (3.23)$$

Оскільки градієнт добутку векторів є складним виразом, то дальший аналіз робитимемо за окремими компонентами

$$f_{kc\xi} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{\mathbf{E}} \mathbf{D} d\mathbf{E}, \quad f_{k\xi} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^{\mathbf{D}} \mathbf{E} d\mathbf{D}, \quad \xi = x, y, z. \quad (3.24)$$

Найважливішим є другий вираз

$$f_{k\xi} = -\int_0^{\mathbf{D}} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} d\mathbf{D} - \int_0^{\partial \mathbf{D} / \partial \xi} \mathbf{E} d \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \xi}, \quad \xi = x, y, z. \quad (3.25)$$

Здійснимо заміну диференціала в другому доданку

$$\int_0^{\partial \mathbf{D} / \partial \xi} \mathbf{E} d \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \xi} = \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \xi} - \int_0^{\mathbf{D}} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} d \mathbf{D}, \quad \xi = x, y, z. \quad (3.26)$$

Підставляючи (3.26) у (3.25), одержимо

$$f_{k\xi} = -\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \xi}, \quad \xi = x, y, z. \quad (3.27)$$

Додаючи один до одного доданки (3.24) і беручи до уваги теорему інтегрування за частинами, одержимо

$$f_{k\xi} + f_{kc\xi} = -\frac{\partial}{\partial \xi} (\mathbf{E} \mathbf{D}) = -\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \mathbf{D} - \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \xi}, \quad \xi = x, y, z. \quad (3.28)$$

Зіставляючи (3.27) і (3.28), одержуємо

$$f_{kc\xi} = -\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \mathbf{D}, \quad \xi = x, y, z. \quad (3.29)$$

Щоб порівняти силові дії кінетичних енергії і ко-енергії, надамо їхнім виразам дещо іншого вигляду

$$f_{kc\xi} = -\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} (\mathbf{E}' \mathbf{E}); \quad f_{k\xi} = -\mathbf{E} \left(\mathbf{E}'' \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} \right), \quad \xi = x, y, z, \quad (3.30)$$

де $\mathbf{E}'(E)$, $\mathbf{E}''(E)$ – матриці статичних і диференціальних електричних проникностей. Таким чином, силові характеристики кінетичної енергії проявляються через диференціальні проникності середовища, а кінетичної ко-енергії – через статичні. У всьому решта ці вирази збігаються. У лінійному середовищі сили теж збігаються $f_{k\xi} = f_{kc\xi}$, бо тоді $\mathbf{E}' = \mathbf{E}''$.

Звернемося до механічних аналогій: $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{p}, \delta_b \rightarrow \mathbf{f}, \varepsilon \rightarrow m$, де відповідно відстань, швидкість, імпульс, сила й маса (насправді питомі). Під цим кутом зору в постулаті Максвелла проглядається в аналогії відомий вираз

$$\mathbf{f} = d\mathbf{p} / dt = m'' d\mathbf{v} / dt, \quad (3.31)$$

де m'' – диференціальна маса. Тож поява у (3.30) матриці диференціальних проникностей є цілком природним. Тому істинною силовою характеристикою електромагнетного поля треба признати силову дію таки кінетичної енергії, а не ко-енергії. Щоб глибше це зрозуміти, звернемося до механічної задачі.

3.1.5. Релятивістська ко-енергія. Релятивістську ко-енергію рухомої точкової маси запишемо як (3.4)

$$w_{kc} = \int_0^v m'(v) v dv, \quad (3.32)$$

де $m'(v)$ – статична релятивістська маса

$$m'(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad (3.33)$$

причому m_0, c, v – маса спокою, швидкість світла у вакуумі, реальна швидкість точки.

Після інтегрування (3.32) одержимо

$$w_{kc} = m_0 c^2 \left(1 - \sqrt{1 - v^2 / c^2} \right). \quad (3.34)$$

Для порівняння з (3.34) одержимо вираз релятивістської кінетичної енергії. Для чого скористаємося виразом (3.5)

$$w_k = \int_0^p m'(v)^{-1} p dp, \quad (3.35)$$

де p – релятивістський імпульс

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \quad (3.36)$$

На підставі (3.32)–(3.36), одержимо

$$dp = \frac{dp}{dv} dv = m''(v) dv, \quad (3.37)$$

де $m''(v)$ – диференціальна релятивістська маса

$$m''(v) = \frac{m_0}{(1 - v^2 / c^2)^{3/2}}. \quad (3.38)$$

Підставивши (3.33) в (3.35), після інтегрування приходимо до відомого виразу релятивістської кінетичної енергії

$$w_k = m'(v)c^2 \left(1 - \sqrt{1 - v^2 / c^2}\right). \quad (3.39)$$

При $v = 0$ обидві кінетичні енергії (3.34) і (3.39) дорівнюють нулю $w_k|_{v=0} = w_{kc}|_{v=0} = 0$, а при $v = c$ вони різні $w_k|_{v=c} = \infty$; $w_{kc}|_{v=c} = m_0 c^2$. Для швидкостей значно менших за швидкість світла у вакуумі ($v \ll c$) кінетична ко-енергія збігається з кінетичною енергією – $w_k = w_{kc} = m_0 v^2 / 2$. Саме цей збіг зумовив те, що одна з них заступала іншу й робила заступлену невидимою! Щоб переконатися в цьому, достатньо коефіцієнт Лоренца розкласти за біноміальною теоремою, обмежившись членами другого порядку малости,

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}, \quad (3.40)$$

і підставити одержаний результат у (3.34), (3.39). Гарантія формул (3.34), (3.39) визначається прийнятою в наш час кривизною простору $p = p(v)$. Якщо вона буде переглянута, то вони згідно з (3.31), (3.35) зазнають теж відповідних змін!

3.1.6. Релятивістська динаміка. Вона відіграє важливу роль у теорії гравітації, де тіла піддаються дії зовнішніх сил. Тож шукатимемо їх у загальному випадку – через градієнт відповідних енергій

$$F_k = -\frac{\partial w_k}{\partial x}; \quad F_{kc} = -\frac{\partial w_{kc}}{\partial x}. \quad (3.41)$$

Підставляючи (3.39) у (3.41) й беручи до уваги, що $x = x(v(t))$, після диференціювання одержимо

$$F_k = \frac{m_0}{(1 - v^2 / c^2)^{3/2}} a = m''(v)a, \quad (3.42)$$

де $a = dv/dt$ – прискорення.

Підставляючи (3.34) у (3.41), одержимо

$$F_{kc} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} a = m'(v)a. \quad (3.43)$$

Порівнюючи (3.42) і (3.43), бачимо, що в результаті використання енергії і ко-енергії за релятивістських швидкостей ми прийшли до різних результатів. Але при швидкостях $v \ll c$, обидві сили дорівнюють одна одній, бо $m'(v) = m''(v) = m_0$.

Щоб відповісти на питання котра з сил F_k чи F_{kc} для нас реальна, треба звернутися до часової похідної імпульсу, який для обох енергій спільний,

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{dp}{dv} \frac{dv}{dt} = m''(v)a = F_k. \quad (3.44)$$

Кінетична ко-енергія у релятивізмі звільняє його теорію від низки протиріч:

1. У варіаційних методах із-за нелінійності релятивістських ефектів кінетична енергія не спрацьовує. Тому фахівцям з теорії гравітації, які не відають про наявність ко-енергії, довелося вручну підбирати потрібну функцію

$-m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}$ (збіжну з (3.34), але без постійного доданка), який зникає при диференціюванні [11].

2. Переходячи до динаміки при різних енергіях w_k і w_{kc} , виникла криза релятивістської маси, як поздовжньої і поперечної. У нашому викладі поперечна є статичною (3.33), а поздовжня – диференціальною (3.38).

Зрозуміти фізичну суть кінетичної ко-енергії ще важче, ніж енергії. Але власну думку про її відношення до енергії вважаємо за потрібне сказати. Варіаційні методи як посередники принципу збереження енергії оперують поняттям лише кінетичної ко-енергії як "первинної". Пройшовши через певне середовище або вакуум, що заповнюють даний простір, вона постає у вигляді кінетичної енергії. У даному середовищі частина електричної ко-енергії тратиться на супротив його "нелінійності", тому тут завше $w_k < w_{kc}$. У релятивізмі нелінійність простору, навпаки, своєю природою підживлює ко-енергію, у результаті чого тут завше $w_k > w_{kc}$. За відсутності нелінійності $w_k = w_{kc} = pv/2$. Таким чином явище енергії, що супроводжує рух, по-

стає кінетичною ко-енергією, а проявляється кінетичною енергією і відповідною їй силовою дією (3.44). Тому кінетичну ко-енергію у випадку $w_k > w_{kc}$ можна трактувати як активну, що побільшує кінетичну енергію, як силовий прояв, а у випадку $w_k < w_{kc}$ – як пасивну, що поменшує її в процесі руху. У випадку гравітації, де застосовні аналітичні методи, у стосунку

$$\frac{w_{kc}}{w_k} = \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad (3.45)$$

чітко проглядається релятивізм енергії руху. А це дає підстави в першому наближенні сказане узагальнити на решту видів руху матерії!

Підсумовуючи цей складний теоретичний матеріал, ми повинні сказати, хоч і не як останню істину, таке. *Кінетичні енергія і ко-енергія невіддільні одна від одної. Рух у будь-якій фізичній системі супроводжується трансформацією ко-енергії в енергію як виразника силової дії і принципу збереження енергії. Причому ця трансформація може бути активною і пасивною в залежності від виду руху, електричний, механічний тощо. Роздвоєння кінетичної енергії на енергію і ко-енергію є наслідком прояву релятивістського ефекту руху. Цей рух може відбуватися на мікро-, макро-, метарівні.*

3.1.7. Формальна суть енергії руху. Постараємося глибше проникнути з погляду СТВ у суть кінетичних енергії і ко-енергії рухомої маси, виходячи з релятивістських властивостей руху.

Кінетична енергія. Розпишемо на підставі (3.33) дещо инакше вираз (3.39) кінетичної енергії

$$w_k = \Delta m c^2, \quad . \quad (3.46)$$

де Δm – релятивістський приріст статичної маси

$$\Delta m = (m'(v) - m_0). \quad (3.47)$$

Вирази (3.46), (3.47) наводять на думку, що *кінетична енергія руху є не що инше як енергія релятивістського профіциту (приросту) маси спокою в діапазоні швидкостей $0 \leq v \leq c$!*

Щоб переконатися в трактовці думки в нерелятивістському випадку, достатньо в (3.33), (3.47) скористатися біноміальною теоремою (3.40)

$$\Delta m = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{m_0 v^2}{2c^2}. \quad (3.48)$$

Підставляючи (3.48) у (3.46), одержимо відомий вираз нерелятивістської кінетичної енергії

$$w_k = \frac{m_0 v^2}{2}. \quad (3.49)$$

Що й треба було показати.

Кінетична ко-енергія. Подібно до (3.46) запишемо і вираз (3.34) кінетичної ко-енергії

$$w_{kc} = \delta m c^2, \quad (3.50)$$

де δm – релятивістський збиток маси спокою

$$\delta m = (m_0 - m_c(v)), \quad (3.51)$$

де $m_c(v)$ – релятивістська кооперативна маса (ко-маса), її легко ідентифікувати за виразом (3.34)

$$m_c(v) = m_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}. \quad (3.52)$$

Ми наважилися ввести поняття *кооперативної маси* не формально на догоду кооперативній енергії, яка вірно служить варіаційним енергетичним принципам понад пів століття, а тому, що без її легалізації постають певні труднощі поступу теорії нелінійних систем. До цього часу ми оперували лише двома релятивістськими масами, статичною (3.33) і диференціальною (3.38). Тому її новий вид (3.52) бажано виразити через дві попередні, загальновідомі. Це можна легко зробити на підставі порівняльного аналізу виразів (3.33), (3.38) і (3.52)

$$m_c(v) = \frac{m'(v)^2}{m''(v)}. \quad (3.53)$$

На підставі (3.50), (3.51) можемо дати визначення природи релятивістської ко-енергії. *Кінетична ко-енергія є не що инше як енергія релятивістського дефіциту (убутку) маси спокою в діапазоні швидкостей $0 \leq v \leq c$!*

Якщо продиференціювати за швидкістю (3.34) і (3.39), то на підставі (3.33), (3.36), (3.38) можемо записати

$$\frac{dw_{kc}}{dv} = m'(v)v = p; \quad \frac{dw_k}{dv} = m''(v)v \neq p. \quad (3.54)$$

Як бачимо, у силових взаємодіях і в принципі збереження енергії задіяна лише кінетична енергія. Здавалося б кінетична ко-енергія витіснута цілком на поле варіаційних енергетичних методів. Але вирази (3.54) заперечують цьому: релятивістський імпульс p , – а він основна характеристика кривизни простору, – є надбанням власне ко-енергії, а не енергії!

Варто співставити граничні значення розглянутих енергій і мас:

швидкість	w_k	w_{kc}	m'	m''	m_c
$v = 0$	0	0	m_0	m_0	m_0
$v = c$	∞	$m_0 c^2$	∞	∞	0

Формула (3.53) ставить питання: чи ко-маса $m_c(v)$ причетна до фізичних взаємодій, чи лише є результатом математичних маніпуляцій зі статичною і диференціальною масами, фізична суть яких поза сумнівом, як параметрами будь-якої нелінійної фізичної системи. Ми схилиємося на користь фізичної взаємодії. Бо пріоритет за енергією, а не за масою. Є ко-енергія, повинна бути ко-маса. Але все це, треба признати, є *надреальні витівки СТВ*.

3.2. Загальний принцип збереження енергії

Цей розділ ми розпочали роздумами про два принципи – найменшої дії і збереження енергії, як основних у природі. Але так як перший з них у нелінійних системах оперує поняттям кінетичної ко-енергії замість енергії, то треба знати, яка з них повинна фігурувати в другому. Тим більше, що в одному випадку $w_k > w_{kc}$, а в іншому $w_k < w_{kc}$, що теж породжує певні застереження.

Але спочатку декілька слів про типову долю великого відкриття. Авторство принципу збереження енергії належить німецькому вченому Юліусу Роберту фон Маєру. Свої думки він виклав у роботі за 1841 р. "Про кількісне і якісне визначення сил", котру послав спочатку до провідного на той час журналу "Annalen der Physik und Chemie", де вона була відхилена головним редактором журналу Йоганном Поггендорфом, після чого стаття була опублікована в "Annalen der Chemie und Pharmacie", де оставалася непомітною до 1862 р., коли її віднайшов Клаузіус. Йоганн Християн Поггендорф – німецький фізик, екстраординарний професор Берлінського університету, член Берлінської, Шведської королівської, Імператорської Санкт-Петербурзької академії наук. На жаль, отакі поггендорфи теж вписуються в закон Маєра – як незнищенні в часі!

3.2.1. Випадок нелінійного електричного кола. Розглянемо найпростішу надуману задачу – розладування збудженої нелінійної котушки індуктивності з характеристикою $i(\psi) = a\psi + b\psi^3$ на резистор. У такому разі енергія дисипації буде

$$W_{\Phi} = \int_0^t u i dt = \int_0^t \frac{d\psi}{dt} i dt = \int_0^t \frac{d\psi}{dt} (a\psi + b\psi^3) dt = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{2} b \psi^2 \right) \psi^2. \quad (3.55)$$

Згідно з (3.12) знайдемо кінетичну енергію і ко-енергію котушки

$$W_k = \int_0^{\psi} i(\psi) d\psi = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{2} b \psi^2 \right) \psi^2; \quad W_{kc} = \int_0^{\psi} \psi(i) di = \frac{1}{2} \left(a + \frac{3}{2} b \psi^2 \right) \psi^2. \quad (3.56)$$

Як бачимо, право енергії – непокитне.

3.2.2. Випадок гравітації. Розглянемо надуману задачу вільного падіння маси спокою m_0 з висоти h на сферичне надмасивне тіло. У такому разі потенціальна енергія $w_p = m_0 g h$, де g – гігантське прискорення вільного падіння на заданій висоті, повинна перетворитися або в кінетичну енергію (3.39), або у відповідну їй ко-енергію (3.34):

$$m_0 g h = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v_k^2 / c^2}} - 1 \right); \quad m_0 g h = m_0 c^2 \left(1 - \sqrt{1 - v_{kc}^2 / c^2} \right). \quad (3.57)$$

Ось тут наочно постають переваги енергетичного підходу перед традиційними: ми можемо визначити швидкість падіння на нульовій висоті, не виникаючи в гравітаційні ефекти в процесі падіння. Із (3.57) маємо:

$$v_k = c \sqrt{1 - \left(1 - \frac{gh}{c^2} \right)^{-2}}; \quad v_{kc} = c \sqrt{1 - \left(1 - \frac{gh}{c^2} \right)^2}. \quad (3.58)$$

Справедливість одної з них одержимо з якісного аналізу при $gh \rightarrow \infty$: $v_k \rightarrow c$; $v_{kc} \rightarrow j\infty$. Другий результат виводить нас за межі реальності.

І в цьому випадку законне право енергії – не порушене.

3.3. Загальний принцип найменшої дії

Принцип найменшої дії разом з принципом збереження енергії, що витікає з нього, належать до загальних принципів природи, вирізняються широтою й універсальністю, підпорядковують під себе фундаментальні закони фізики й решти прикладних природничих наук. Покажемо зверхність першого з них над електромагнетним полем. Він уможливилоє найповніше описати фізичний процес, віднайти зв'язки, які можуть бути недоступні класичним підходам, а, основне, аналізувати різні фізичні процеси на підставі спільного математичного апарата. Безпосереднім виразником принципу найменшої дії є варіаційні методи математики.

Варіаційні методи оперують перш за все поняттями кінетичної і потенціальної енергії. Ці поняття є зазвичай відносні і залежать від вибору тих чи інших узагальнених координат і узагальнених швидкостей. Та частина енергії, що пов'язана з координатами, трактується як потенціальна, а та, що пов'язана зі швидкостями, – як кінетична. В електромагнетному полі до кінетичної відноситься енергія електричного поля, а до потенціальної – енергія магнетного поля. Визначальним тут є стосунок векторів поля до основного вектора електромагнетизму [12, 13].

Використаємо поняття дії за Гамільтоном

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt. \quad (3.59)$$

Функцію L часто називають неконсервативною функцією Лагранжа

$$L = T - P + \Phi - D, \quad (3.60)$$

де T, P, Φ, D – густини кінетичної і потенціальної енергії, енергії дисипації і зовнішньої. Ці величини згідно з (2.73), (2.74) запишемо як

$$T = \frac{\varepsilon}{2} \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)^2; \quad P = \frac{\nu}{2} (\nabla \times \mathbf{A})^2; \quad \Phi = \frac{\gamma}{2} \int_0^t \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)^2 dt; \quad D = 0. \quad (3.61)$$

Кожному шляху в просторі-часі відповідає своє число (3.59). Згідно з принципом найменшої дії істинним буде той шлях, для якого це число буде мінімальне. Один із способів міг би стати підрахунок дії для великого числа шляхів і вибрати найменшу. Цей шлях і буде справжнім. Але ми поступимо простіше: скористаємося властивістю мінімуму, що при відхиленні від нього на відстань першого порядку функція відхиляється від свого мінімуму тільки на величину другого порядку. А в будь-якому іншому місці – теж на вели-

чину першого порядку. Якщо при якому-то відхиленні виникають зміни першого порядку, то ці зміни в дії пропорційні відхиленню. Вони збільшують дію інакше то не був би мінімум. А раз зміни пропорційні відхиленню, то зміна знаку впливає на дію по-різному. Єдиною можливістю гарантії мінімуму – це, щоб у першому наближенні не було змін і щоб ці зміни були пропорційні квадрату відхилення від справжнього шляху.

Позначимо через $\mathbf{A}^*$ шуканий істинний шлях вектор-потенціалу в просторі-часі. Деякий інший, що відрізняється від істинного на невелику величину Δ , позначимо як $\mathbf{A}$. Ідея полягає в тому, що різниця між діями (3.50) в обох випадках і для $\mathbf{A}^*$, і для $\mathbf{A}$ в першому наближенні по Δ повинна бути нульовою. Окремі дії можуть відрізнятися в другому порядку, але в першому різниця мусить бути нулем! І це мусить дотримуватися для будь-якого Δ . При тому кожен шлях повинен починатися в певній точці в момент часу t_1 і закінчуватися в другій певній точці в момент часу t_2 . Ці точки й моменти фіксуються. Так що наше відхилення Δ повинно дорівнювати нулю на обох кінцях $\Delta(t_1) = 0$ і $\Delta(t_2) = 0$. За таких умов наша математична задача стає повністю визначеною.

Задача для вектор-потенціалу електромагнетного поля в отакій безпосередній постановці принципу найменшої дії була нами успішно розв'язана. Її безпосередній результат [17]

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}^*}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial t} = -v \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}^*. \quad (3.62)$$

Одержаний результат трудно переоцінити. Він показує, що електромагнетний процес у просторі-часі протікає не самовільно, а підпорядковується основному закону електромагнетизму – рівнянню вектор-потенціалу, який у свою чергу підпорядковується загальному принципу природи – принципу найменшої дії, який супроводжує фізичний процес по шляху, який володіє мінімумом дії! З цього приводу каже Г. Пуанкаре: *“Тут кожна частинка начебто знає точку, куди її хочуть привести, передбачає час, який вона затратить по тій чи іншій дорозі, і, нарешті, вибирає найпридатнішу, постаючи наче б живою істотою, яка володіє свободою волі”*. Ці слова нас нехотячи виводять на філософську течію гілозоїзму – учення про одухотворенність природи.

Філософське осмислення гілозоїзму як вчення про загальну натхненність природи за словами його послідовників зумовлено гострою необхідністю посилити усвідомлення глобальної відповідальності людини

за свої дії та сформувати космічно-планетарне мислення особливим (шанобливим) ставленням до навколишнього світу, що повинно сприяти піднесенню рівня духовності людства. Така філософія покликана виробляти узагальнену систему поглядів людини на світ, місце людини в ньому, соціально-політичне, моральне й естетичне відношення людини до світу, формувати духовну культуру людства.

Далі покажемо простіше уніфіковане розв'язання подібних задач.

3.4. Варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського

Залежно від наявності тих чи інших елементів у системі фізичний процес описується диференціальними рівняннями з частинними й звичайними похідними. Зазвичай до них ми приходимо різними шляхами в предметній області досліджень: електриці, механіці, термодинаміці тощо. Щоб спрямувати подальший хід математичного моделювання в єдине русло, пропонується відомий з фізики інтегральний варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського, який є математичним вираженням загального принципу найменшої дії. Цей принцип уможливорює всі ці розрізнені методи об'єднати між собою і подати їх як єдиний стрункий математичний апарат аналізу процесів найрізноманітнішого походження. Вихідним пунктом тут є повна енергія системи. Якщо її вдається записати, то подальший етап зводиться до формальних математичних перетворень, не вникаючи у фізичні закони.

Рівність Гамільтона-Остроградського пов'язана з варіацією інтеграла

$$\delta \int_A^B L dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0, \quad (3.63)$$

де L – неконсервативна функція Лагранжа (3.60); A, B – дві точки S -вимірного простору, що відповідають двом положенням системи в різні моменти часу.

Принцип Гамільтона-Остроградського можна сформулювати так: *дійсний рух системи між двома заданими положеннями її відрізняється від можливих рухів, здійснюваних за той самий час між тими ж заданими положеннями, тим, що для дійсного руху варіація дії за Гамільтоном дорівнює нулю.*

3.4.1. Протоенергія. Набувши певного досвіду в побудові фундаментальних диференціальних рівнянь фізичних систем на підставі формального математичного апарата (3.63), ми не могли не звернути уваги на формальні вирази (3.1), (3.61) одержання підінтегральної енергетичної функції. Тож настав час саме на їхній підставі узагальнити саму функцію Лагранжа (3.60)

$$L = \int_0^v S_v(\mathbf{v}) \mathbf{v} d\mathbf{v} - \int_0^\eta S_\eta(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} d\boldsymbol{\eta} + \int_0^t \int_0^v S_\Phi(\mathbf{v}) \mathbf{v} d\mathbf{v} dt - \int_0^t \mathbf{F} \mathbf{v} dt, \quad (3.64)$$

де $S_\eta(\boldsymbol{\eta}), S_v(\mathbf{v}), S_\Phi(\mathbf{v})$ – матриці статичних параметрів, що відповідають за потенціальну, кінетичну й дисипаційну енергії; $\boldsymbol{\eta}, \mathbf{v}$ – вектори узагальнених координат і швидкостей.

Вираз (3.64) є свідченням того, як науки, що не мають безпосереднього зв'язку, взаємно освітлюють одна одну через аналогію. Він відтворює не тільки реальні густини потенціальної енергії, кінетичної ко-енергії, енергії дисипації в будь-якій фізичній системі, але й віртуальні величини, як у випадку температурних полів. Із-за цих унікальних енергетичних властивостей сумарний інтеграл (3.64), що описує конкретну фізичну дію, названо нами **густиною протоенергії**. Поєднання (3.63), (3.64) з принципом збереження енергії створює замкнутий цикл формального аналізу нелінійних фізичних систем на підставі спільного математичного апарата.

У лінійних фізичних систем інтеграли (3.64) суттєво спрощуються

$$L = \frac{1}{2} \left(S_v v^2 - S_\eta \eta^2 + S_\Phi \int_0^t v^2 dt \right) - \int_0^t \mathbf{F} \mathbf{v} dt. \quad (3.65)$$

Наповнимо (3.65) деяким конкретним змістом.

3.4.2. Рівняння механічного руху. Розгортаючи детально варіацію в (3.63), запишемо

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial q_k} \delta q_k + \sum_{i=1}^n \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \delta \dot{q}_k \right) dt = 0. \quad (3.66)$$

де $\dot{q}$ – часова похідна вектора узагальнених координат $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$.

Перетворимо інтеграл

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \delta \dot{q}_k dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \frac{d}{dt} \delta q_k dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} d\delta q_k. \quad (3.67)$$

Застосовуючи до (3.67) інтегрування за частинами, матимемо

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} d\delta q_k = \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \delta q_k \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \delta q_k dt = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \delta q_k dt, \quad (3.68)$$

так як варіація узагальнених координат у точках A і B дорівнює нулю.

Повертаючись до (3.63), на підставі (3.66)–(3.68) можемо записати

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) \delta q_k dt = 0. \quad (3.69)$$

Так як границі інтегрування вибрані нами були довільно і внаслідок довільності варіацій узагальнених координат, на підставі (3.69) можемо записати шукане рівняння руху

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (3.70)$$

відоме як рівняння Лагранжа другого роду для систем зі скінченною кількістю степенів вільності.

3.4.3. Рівняння електричного контуру. Нехай у контурі будуть задіяні чотири ідеальні елементи зі згрупованими параметрами: ЕРС – e , котушка з індуктивністю L , конденсатор з ємністю C і резистор з опором R . Як узагальнену координату приймемо ладунок конденсатора (Q). Як часову похідну від узагальненої координати приймемо електричний струм (i). Усі задіяні енергії у (3.65) мають вигляд

$$T = \frac{Li^2}{2}; \quad P = \frac{Q^2}{2C}; \quad \Phi = \int_0^t \frac{Ri^2}{2} dt; \quad D = \int_0^t e i dt. \quad (3.71)$$

Підставляючи (3.71) у (3.70), одержуємо остаточно

$$L \frac{di}{dt} = e - \frac{Q}{C} - Ri. \quad \frac{dQ}{dt} = i. \quad (3.72)$$

У випадку складного кола в (3.71) повинні бути задіяні енергії всіх елементів, а той чи інший метод аналізу одержується вибором узагальнених координат, наприклад, контурних ладунків.

3.4.4. Рівняння однорідної лінії. Розглянемо рівняння двопровідної однорідної лінії, як елемента з розподіленими параметрами. Погонні параметри лінії: L_0 – індуктивність; C_0 – ємність; R_0 – опір; G_0 – провідність. Як узагальнену координату приймемо ладунок ($q = Q$). Як часову похідну від узагальненої координати приймемо електричний струм ($\dot{q} = i$). Але тепер ми не можемо скористатися (3.70) як рівняннями системи зі скінченною

кількістю степенів вільності. Тож треба звернутися безпосередньо до виразу (3.63), який набирає вигляду

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_l L dx \right) dt = 0. \quad (3.73)$$

де l – довжина лінії.

У такому разі функція Лагранжа повинна задовольняти диференціальному рівнянню (вивід його дамо пізніше в більш загальній постановці тривимірного простору)

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right)} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right)} = 0. \quad (3.74)$$

Усі тут задіяні енергії будуть [12, 14]

$$T = \frac{L_0 i^2}{2}; \quad P = \frac{1}{2C_0} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2; \quad \Phi = \int_0^t \left(\frac{R_0 i^2}{2} - \frac{G_0}{2C_0^2} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2 \right) dt; \quad D = 0. \quad (3.75)$$

Підставляючи (3.75) у (3.60), а одержаний результат у (3.74), та беручи до уваги, що

$$\frac{1}{C_0} \frac{\partial Q}{\partial x} = u; \quad -\frac{\partial u}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + R_0 i, \quad \int_0^t i dt = Q, \quad (3.76)$$

де u – напруга лінії, одержимо шукане рівняння

$$a^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + \left(\frac{R_0}{L_0} + \frac{G_0}{C_0} \right) \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{R_0}{L_0} \frac{G_0}{C_0} Q; \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = i, \quad (3.77)$$

де $a = 1/\sqrt{L_0 C_0}$ – швидкість розповсюдження електромагнетної хвилі.

Рівняння лінії (3.77) одержано для ладунку, але воно легко переводиться в рівняння для струму, диференціюючи ліву й праву частини за часом, та рівняння напруги, диференціюючи ліву й праву частини за x з одночасним діленням на C_0 . Від цих операцій вигляд (3.77) залишиться таким самим, тільки заміняться відповідно $Q \rightarrow i \rightarrow u$.

3.4.5. Рівняння валопровода. Якщо обмежитися в круглому валопроводі лише крутильними коливаннями, то всі задіяні в (3.60) енергії можна

записати як [12-14]

$$T = \frac{\rho J_p \omega^2}{2}; P = \frac{G J_p}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2; \Phi = \int_0^t \left(-\frac{v_e \omega^2}{2} + \frac{v_i}{2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial t} \right)^2 \right) dt; D = 0, \quad (3.78)$$

де ρ – щільність маси; G – модуль зсуву J_p – полярний момент інерції поперечного перерізу; v_e, v_i – коефіцієнти зовнішнього і внутрішнього загасання в матеріалі, відповідно; Φ – кут повороту поперечного перерізу, а заодно узагальнена координата q ($q = \Phi$); ω – кутова швидкість поперечного перерізу, а заодно часова похідна узагальненої координати ($\dot{q} = \omega$).

Оскільки дисипативна функція у (3.78) містить змішану похідну, то вираз (3.74) ще ускладнюється

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right)} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right)} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t} \right)} = 0. \quad (3.79)$$

Підставляючи (3.78) у (3.60), а одержаний результат у (3.79) та беручи до уваги, що

$$G J_p \frac{\partial \Phi}{\partial x} = M; \quad \frac{\partial M}{\partial x} = \rho J_p \frac{\partial \omega}{\partial t} + v_e \omega, \quad \int_0^t \omega dt = \Phi, \quad (3.80)$$

одержимо

$$a^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{\varepsilon_e}{\rho J_p} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\varepsilon_i}{\rho J_p} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^2 \partial t}; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \omega, \quad (3.81)$$

де $a = \sqrt{G/\rho}$ – швидкість розповсюдження пружної хвилі.

3.5. Нелінійні середовища

В ізотропних середовищах фізичні властивості від просторової орієнтації векторів поля незалежні. Тому відношення між векторами дії $\mathbf{F}$ і реакції $\mathbf{R}$ на цю дію з боку середовища виражаються скалярними залежностями. В анізотропному фізичні властивості узалежнені від просторової орієнтації векторів поля. Тому такі середовища характеризуються матрицями статичних питомих електропровідностей, електричних і магнетних проникностей. Сперш зупинимося на випадку ізотропного середовища, як більш

простому.

3.5.1. Нелінійні властивості ізотропного середовища. Їх можна подати такими скалярними залежностями $\delta = \delta(E)$, $E = E(D)$, $H = H(B)$, або їм інверсними. Зв'язок векторів густини струму провідності й напруженості електричного поля подамо у вигляді

$$\mathbf{\delta}_c = \gamma'(E)\mathbf{E}, \quad (3.82)$$

де γ' – статична питома електропровідність середовища

$$\gamma'(E) = \delta(E) / E. \quad (3.83)$$

Вектори $\mathbf{E}$ і $\mathbf{D}$ пов'язані залежністю

$$\mathbf{E} = \xi'(D)\mathbf{D}, \quad \text{або} \quad \mathbf{D} = \varepsilon'(E)\mathbf{E}, \quad (3.84)$$

де ξ' , ε' – статичні обернена й пряма електричні проникності,

$$\xi'(D) = E(D) / D; \quad \varepsilon'(E) = D(E) / E. \quad (3.85)$$

Вектори $\mathbf{H}$ і $\mathbf{B}$ пов'язані аналогічно

$$\mathbf{H} = \nu'(B)\mathbf{B}, \quad (3.86)$$

де ν' – статична релуктивність середовища

$$\nu'(B) = H(B) / B. \quad (3.87)$$

Модулі векторів дії в (3.82)–(3.87) знаходимо звично

$$h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}, \quad h = E, D, B. \quad (3.88)$$

Відповідні залежності (3.82), (3.84), (3.86) у приростах векторів поля будуть пов'язані диференціальними залежностями, які легко одержати за загальною формулою переходу від матриць статичних $S(x)$ і диференціальних $D(x)$ параметрів [14, 24]

$$D(x) = \frac{dS(x)}{dx} x + S(x). \quad (3.89)$$

3.5.2. Нелінійні властивості анізотропного середовища. Анізотропні властивості середовища проявляються у взаємно перпендикулярних нап-

рямках. Таке середовище називається ортотропним. Задача зводиться до вияву залежності між векторами дії $\mathbf{F}$ і реакції $\mathbf{R}$ на цю дію з боку середовища, як $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{F})$. Оскільки ця функція векторна, то стан середовища визначається не тільки значенням модуля вектора $\mathbf{F}$ (3.88), але і його орієнтацією в просторі, а анізотропія середовища обумовлює неколінеарність векторів дії та реакції. Необхідно знати наперед характеристики середовища в головних осях анізотропії, тобто в ситуації, коли вектор $\mathbf{F}$ по черзі орієнтований саме у керунку цих осей. Якщо виникне потреба переходу до координат іншої орієнтації, то легко це зробити за допомогою тригонометричних матриць повороту координат. Названі характеристики середовищ можна подати у вигляді функціональних залежностей:

$$R^i = f^i(F), \quad i = x, y, z \quad (3.90)$$

Функції (3.90) у випадку безгістерезисних середовищ є однозначні. Неоднозначність їх у гістерезисних середовищах обумовлена тим, що реакція середовища в час t визначається не тільки вектором дії $\mathbf{F}(t)$, але і його передісторією – значенням у попередній момент часу. Математика поки що в таких випадках безсила, хоча це питання вимагає нагального розв'язку.

Вирази (3.90) дають змогу скористатися статичними параметрами середовища у напрямках головних осей ортотропії

$$s_i = f^i(F)/F, \quad i = x, y, z, \quad (3.91)$$

а це дає змогу виразити залежність $R = R(F)$, як:

$$\mathbf{R} = S\mathbf{F}, \quad (3.92)$$

де S – матриця статичних параметрів

$$S = \text{diag}(s_x, s_y, s_z). \quad (3.93)$$

Нерідко виникає потреба визначення зв'язку не між векторами дії та реакції, а їх приростами. Тоді на відміну від (3.92) запишемо:

$$d\mathbf{R} = Dd\mathbf{F}, \quad (3.94)$$

де D – матриця диференціальних параметрів у головних осях ортотропії.

На противагу S матриця D є заповненою. Її формально отримуємо з (3.93) згідно з (3.89). У випадку ізотропного середовища згідно з (3.93) матриця S вироджується в скаляр, чого не можна сказати про D .

В ортотропному середовищі вирази (3.82), (3.84), (3.86) ускладнюють-

ся. Вираз (3.82) приймає вигляд

$$\delta_c = \Gamma' E, \quad (3.95)$$

де Γ' – матриця статичних електропровідностей. У головних осях ортотропії, що збігаються з декартовими координатами,

$$\Gamma' = \text{diag}(\gamma'_x, \gamma'_y, \gamma'_z). \quad (3.96)$$

Елементи матриці визначаємо за характеристиками провідника у напрямках головних осей ортотропії

$$\delta^i = \delta^i(E), \quad i = x, y, z, \quad (3.97)$$

як

$$\gamma'_i = \delta^i(E) / E = \gamma'_i(E), \quad (3.98)$$

причому, E знаходимо згідно з (3.88).

Рівняння (3.84) буде

$$E = \Xi' D; \quad D = E' E, \quad (3.99)$$

де E', Ξ' – матриці прямих і обернених статичних проникностей

$$\Xi' = \text{diag}(\xi'_x, \xi'_y, \xi'_z); \quad E' = \text{diag}(\varepsilon'_x, \varepsilon'_y, \varepsilon'_z). \quad (3.100)$$

Елементи матриці (3.100) знаходимо за кривими фероелектрика в напрямках головних осей ортотропії

$$E^i = E^i(D), \quad i = x, y, z, \quad (3.101)$$

причому D визначаємо теж згідно з (3.88), а обернені статичні проникності так:

$$\xi'_i = E^i(D) / D = \xi'_i(D). \quad (3.102)$$

Рівняння (3.86) набирає вигляду

$$H = N' B, \quad (3.103)$$

де N' – матриця статичних релуктивностей. У головних осях ортотропії

$$N' = \text{diag}(v'_x, v'_y, v'_z). \quad (3.104)$$

Елементи матриці (3.104) знаходимо за кривими феромагнетика в напрямках головних осей ортотропії

$$H^i = H^i(B), \quad i = x, y, z, \quad (3.105)$$

причому B визначаємо згідно з (3.88), а релуктивності так:

$$\nu_i' = H^i(B) / B = \nu_i'(B). \quad (3.106)$$

В ізотропному середовищі характеристики (3.97), (3.101), (3.105) однакові у напрямках усіх трьох осей, і матриці (3.96), (3.100), (3.104) згідно з (3.98), (3.101), (3.106) вироджуються в скаляри (3.83), (3.85), (3.87).

Покажемо для визначеності матрицю диференціальних параметрів D анізотропного середовища за відомою матрицею статичних параметрів S . Для цього достатньо (3.93) підставити в (3.89) і виконати формальні математичні операції

$$D = \begin{array}{|c|c|c|} \hline (d_x - s_x)F_x^2 / F^2 + s_x & (d_x - s_x)F_x F_y / F^2 & (d_x - s_x)F_x F_z / F^2 \\ \hline (d_y - s_y)F_y F_x / F^2 & (d_y - s_y)F_y^2 / F^2 + s_y & (d_y - s_y)F_y F_z / F^2 \\ \hline (d_z - s_z)F_z F_x / F^2 & (d_z - s_z)F_z F_y / F^2 & (d_z - s_z)F_z^2 / F^2 + s_z \\ \hline \end{array}, \quad (3.107)$$

де d_i ($i = x, y, z$) – диференціальні параметри

$$d_i = \frac{df^i(F)}{dF}, \quad i = x, y, z. \quad (3.108)$$

Елементи матриці D можна обчислити за формулою

$$d_{ik} = (d_i - s_i)F_i F_k / F^2 + \kappa_{ik} s_i, \quad i, k = x, y, z. \quad (3.109)$$

В ізотропному середовищі характеристики (3.90) однакові за всіма осями. Тоді згідно з (3.90), (3.91) матриця S (3.93) вироджується в скаляр. Що ж до матриці D , то вона надалі залишиться заповненою, лише вираз для її елементів (3.109) спроститься

$$d_{ik} = (d - s)F_i F_k / F^2 + \kappa_{ik} s, \quad i, k = x, y, z. \quad (3.110)$$

У лінійному середовищі одержані вирази зазнають подальших спрощень.

Як приклад нелінійної фізичної системи опишемо електромагнетний процес у нелінійному анізотропному середовищі. Основною особливістю аналізу постає те, що тут не можна скористатися поняттям кінетич-

ної енергії. На її місці постає кінетична ко-енергія. Щоб зрозуміти всі тонкощі і можливі супутні ефекти математичного супроводу, ми вимушені були зайти на територію СТВ, бо то чи не єдине достойно оброблене поле нелінійності, де панують аналітичні методи. Аналітичні методи дають нам можливість оглянути весь досліджуваний простір по самий горизонт, у той час як числові проглядають його лише на один часовий крок уперед. Зате числові методи покроково опановують увесь простір наших зацікавлень, у той час як аналітичним відведена роль спостерігача в цьому процесі.

Нижче розв'яжемо найскладнішу задачу варіаційних методів нелінійних середовищ.

3.6. Рівняння вектор-потенціалу електромагнетного поля

До рівнянь векторного потенціалу електромагнетного поля в нелінійному анізотропному середовищі ми приходимо за умови, що виразам енергії треба надати іншого вигляду з одночасною заміною виразу питомої кінетичної енергії на вираз питомої кінетичної ко-енергії. Залишається лише тішитися, що цю чи не найскладнішу варіаційну задачу вперше розв'язав мій старший син Андрій [12,13].

Усі попередні приклади енергетичного підходу до опису фізичних явищ спиралися на спрощений вираз протоенергії (3.65). Тут ми вимушені звернутися до її повного образу (3.64). А щоб його наповнити фізичним змістом, достатньо скористатися виразами (3.1)–(3.4), (3.7).

За умови, що $D = 0$, (3.64) набуде вигляду

$$L = \int_0^{\mathbf{E}} \mathbf{E}'(\mathbf{E}) \mathbf{E} d\mathbf{E} - \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{N}'(\mathbf{B}) \mathbf{B} d\mathbf{B} + \int_0^t \int_0^{\mathbf{E}} \Gamma'(\mathbf{E}) \mathbf{E} d\mathbf{E} dt. \quad (3.111)$$

Згідно з (3.2), (3.61) вираз протоенергії (3.111) легко перевести в простір основного вектора $\mathbf{A}$

$$L = \int_0^{-\partial \mathbf{A} / \partial t} \mathbf{E}'(\mathbf{E}) \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) d \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) - \int_0^{\nabla \times \mathbf{A}} \mathbf{N}'(\mathbf{B}) (\nabla \times \mathbf{A}) d(\nabla \times \mathbf{A}) + \int_0^t \int_0^{-\partial \mathbf{A} / \partial t} \Gamma'(\mathbf{E}) \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) d \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) dt. \quad (3.112)$$

Утворимо функціонал вектор-потенціалу електромагнетного поля з трьома незалежними змінними

$$I = \int_V L \left(x, y, z, \mathbf{A}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) dV, \quad (3.113)$$

де x, y, z – незалежні змінні; $\mathbf{A}$ – вектор-змінна, залежна від x, y, z .

Довільній безмежно малій зміні $\mathbf{A}(x, y, z, t)$ відповідає варіація функціонала

$$\delta I = \int_V \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{A}} \delta \mathbf{A} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}} \delta \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}} \delta \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}} \delta \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}} \delta \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) dV. \quad (3.114)$$

Тут першу з похідних треба розуміти як множину похідних за окремими просторовими проекціями на координатні осі вектора $\mathbf{A}$, а решту – як множину похідних проекцій того ж вектора за всеможливими похідними його проекцій за окремими просторовими координатами вектор-функцій $\nabla \times \mathbf{A}$, а також за часом t . У результаті тут фігурує багато змінних

$$I = I(x, y, z, A_x, A_y, A_z, \partial A_x / \partial y, \partial A_x / \partial z, \partial A_y / \partial x, \partial A_y / \partial z, \partial A_z / \partial x, \partial A_z / \partial y, \partial A_x / \partial t, \partial A_y / \partial t, \partial A_z / \partial t). \quad (3.115)$$

Якщо прийняти до уваги, що

$$\delta \frac{d\mathbf{F}}{ds} = \frac{d}{ds}(\delta \mathbf{F}), \quad s = x, y, z, t,$$

то одержимо

$$\delta I = \int_V \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{A}} (\delta \mathbf{A}) + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}} \frac{\partial}{\partial x} (\delta \mathbf{A}) + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}} \frac{\partial}{\partial y} (\delta \mathbf{A}) + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}} \frac{\partial}{\partial z} (\delta \mathbf{A}) + \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}} \frac{\partial}{\partial t} (\delta \mathbf{A}) \right) dV. \quad (3.116)$$

Диференціюючи добуток і використовуючи теорему Остроградського

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV = \int_S \mathbf{F} dS \quad (3.117)$$

виразу (3.116) можна надати вигляду

$$\begin{aligned} \delta I = \int_V \left[\frac{\partial L}{\partial \mathbf{A}} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}} \right) \right] \delta \mathbf{A} dV + \\ + \int_S \left[l_x \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}} + l_y \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}} + l_z \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}} \right] \delta \mathbf{A} dS. \end{aligned} \quad (3.118)$$

У (3.118) у поверхневому інтегралі часовий доданок опущено як такий, що позбавлений фізичного змісту.

Співвідношення (3.118) відповідає варіаційному формулюванню задач теорії поля. Воно встановлює, що функція, котра надає мінімальне значення цьому функціоналу, повинна задовольняти диференціальному рівнянню

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{A}} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x}} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z}} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}} \right) = 0. \quad (3.119)$$

Неважко розгледіти, що вирази (3.70) і (3.74) — окремі випадки (3.119). Про вивід (3.74) було обіцяно раніше (с. 82).

Потенціальну енергію за умови (3.111) розпишемо як

$$P = \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{H} d\mathbf{B} = \int_0^{B_x} v_x B_x dB_x + \int_0^{B_y} v_y B_y dB_y + \int_0^{B_z} v_z B_z dB_z. \quad (3.120)$$

Виходячи з (3.60), (3.64), для першого доданку (3.119) маємо

$$\partial L / \partial \mathbf{A} = 0. \quad (3.121)$$

Розпишемо наступні три доданки (3.119) за умови (3.2)

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{A}} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \mathbf{A}} \left(\int_0^{B_x} v_x B_x dB_x + \int_0^{B_y} v_y B_y dB_y + \int_0^{B_z} v_z B_z dB_z \right) = \quad (3.122)$$

$$\begin{aligned}
&= -\mathbf{y}_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial A_y} \int_0^{B_z} v_z B_z dB_z + \mathbf{z}_0 \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial A_z} \int_0^{B_y} v_y B_y dB_y = \\
&\quad \frac{\partial}{\partial x} \left(-v_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \mathbf{y}_0 + v_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \mathbf{z}_0 \right); \quad (3.122)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial (\partial \mathbf{A} / \partial y)} = \frac{\partial}{\partial y} \left(-v_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \mathbf{z}_0 + v_z \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \mathbf{x}_0 \right); \quad (3.123)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial L}{\partial (\partial \mathbf{A} / \partial z)} = \frac{\partial}{\partial z} \left(-v_y \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \mathbf{x}_0 + v_x \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \mathbf{y}_0 \right). \quad (3.124)$$

На кінець розпишемо останній доданок (3.119)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial (-\partial \mathbf{A} / \partial t)} &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial (-\partial \mathbf{A} / \partial t)} \left(\int_0^{-\partial \mathbf{A} / \partial t} \mathbf{E}'(\mathbf{E}) \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) d \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \int_0^t \int_0^{-\partial \mathbf{A} / \partial t} \Gamma'(\mathbf{E}) \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) d \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) dt \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mathbf{E}' \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) - \Gamma' \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (3.125)
\end{aligned}$$

Об'єднуючи результати перетворень (3.119)–(3.125), одержимо, що функція, яка мінімізує функціонал (3.111), мусить задовольняти диференціальному рівнянню теорії електромагнетного поля в нелінійному анізотропному середовищі (за умови відсутності сторонніх джерел)

$$\mathbf{E}'' \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \Gamma' \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -(\nabla \times \mathbf{N}' \nabla \times \mathbf{A}). \quad (3.126)$$

Друга часова похідна в (3.126) одержана з (3.125) згідно з теоремою про зв'язок матриць статичних $S(x)$ і диференціальних $D(x)$ параметрів (3.89).

Рівняння (3.126) – найглибше досягнення електромагнетизму нерухомих нелінійних середовищ. Зрозуміло, що воно само по собі вбирає в себе (3.62) як окремий випадок лінійности за умови $\mathbf{E}'' \rightarrow \varepsilon$; $\Gamma \rightarrow \gamma$; $\mathbf{N}' \rightarrow \mathbf{v}$. Його можна хіба що ускладнити на випадок руху. Але оскільки ця дія для нас не принципова, то скористаємося готовим результатом із [14, 17] на практичний випадок – квазістаціонарности

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\mathbf{P}' \nabla \times \mathbf{N}' \nabla \times \mathbf{A} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{A}. \quad (3.127)$$

Можемо тільки тішитися, що пріоритет розв'язання найскладнішої варіаційної задачі теоретичної електрики належить Україні [12]!

3.5.2. Рівняння Максвелла. Цікаво, що з енергетичного функціонала одержати рівняння Максвелла не вдається. Це ще раз раз стверджує, що тільки векторний потенціал є справжньою підставою електромагнетизму, а вектори поля є лише його похідними – часовою і просторовими (3.2). І саме через ці похідні ми можемо прийти до згаданих рівнянь. Хоч історично все відбувалося навпаки.

Якщо прийняти до уваги (3.2), (3.82), (3.84), (3.86), то вираз (3.126) вироджується в перше рівняння Максвелла

$$\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{G} \mathbf{E}. \quad (3.128)$$

До другого рівняння Максвелла приходимо на підставі виразів (3.2). Диференціюючи за часом другий з них і підставляючи в одержаний результат перший, одержимо

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (3.129)$$

Рівняння вектор-потенціалу $\mathbf{A}$ все частіше витискають з практичного вжитку рівняння Максвелла. Особливо це стосується теоретичної фізики й побудови сучасних польових математичних моделей електричних і електро-механічних пристроїв.

Отже, згідно з (3.128), змінне в часі електричне поле породжує магнетне, а згідно з (3.129) змінне в часі магнетне поле породжує електричне. З цього і впливає можливість існування електромагнетних хвиль у порожнечі на значній віддалі від провідників зі струмом. Електричні та магнетні поля можуть існувати, взаємно збуджуючи одне одного. Тепер зрозуміло, що електро-магнетні хвилі існують завдяки струмам зміщення.

Основні рівняння Максвелла (3.128), (3.129) треба доповнити двома додатковими, що забезпечують однозначність розв'язку за заданих початкових і крайових умов. До них належить постулат Максвелла та рівняння неперервності магнетного поля, останнє з них інколи називають ще третім рівнянням Максвелла.

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (3.130)$$

Згідно з (3.130) лінії електричного поля можуть розриватися, розпочинаючись і закінчуючись на електричних ладунках, що їх породжують. Тоді як лінії магнетного поля завжди замкнуті самі на себе. Тобто природних джерел магнетного поля не існує. У цьому є глибокий фізичний зміст, однак про це – далі.

Повну систему рівнянь електромагнетного поля утворюють рівняння Максвелла (3.128), (3.129), а (3.130) виражають лише обмеження на можливий розподіл цього поля в просторі. А ще в задачах електродинаміки часто виникають комуґаційні стани. Для визначення початкових умов необхідне знання законів комуґації. Їх легко одержати за законами Максвелла

$$\mathbf{D}(+0) = \mathbf{D}(-0); \quad \mathbf{B}(+0) = \mathbf{B}(-0). \quad (3.131)$$

Тобто, вектори електричної і магнетної індукцій – функції неперервні в часі. Якби це було не так, то відповідні їх часові похідні сягали б нескінченности, що неможливо з енергетичних міркувань.

3.5.2. Уніфіковані рівняння лінійних середовищ. Зрозуміло, що в ізотропному середовищі, а тим більше в лінійному рівняння (3.126) зазнає спрощень згідно зі спрощенням параметрів середовища:

$$\mathbf{E}'' \rightarrow \mathbf{E}_{iz}'' \rightarrow \varepsilon; \quad \mathbf{G}' \rightarrow \mathbf{G}' \rightarrow \gamma; \quad \mathbf{N}' \rightarrow \mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}. \quad (3.133)$$

Цілком очевидно, що в лінійному середовищі за умови (3.133) рівняння вектор-потенціалу (3.126) спрощується

$$\frac{\varepsilon}{v} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{v} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}. \quad (3.134)$$

Мало того, виключаючи з системи (3.128), (3.129) по черзі всі вектори, крім одного у випадку лінійного середовища розрахункові рівняння електромагнетного поля можна уніфікувати на кшталт (3.134)

$$\frac{\varepsilon}{v} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{v} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\nabla \times \nabla \times \mathbf{U}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{D}. \quad (3.135)$$

Можна було б піддатися спокусі шукати для вектора $\mathbf{U}$ фізичне трактування, але така уніфікація не завжди має місце, наприклад, у нелінійних середовищах.

Рівняння (3.135) вважатимемо основним розрахунковим рівнянням електромагнетного поля в нерухомому лінійному ізотропному середовищі. Його оживляємо стосовно того чи іншого вектора, виходячи з таких мір-

кувань:

– з кількості просторових компонентів того чи іншого вектора в даній системі координат;

– зі способу одержання крайових умов.

У випадку безвтратного середовища (вакууму) (3.135) буде

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -\nabla \times \nabla \times \mathbf{U}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{H}, \mathbf{D}, \mathbf{E}. \quad (3.136)$$

Результат (3.136) виводить на класичне хвильове рівняння, але про те йтиметься пізніше.

3.7. Рівняння нестационарної теплопровідності.

Рівняння нестационарної теплопровідності нас цікавлять не тільки з погляду того, що електромагнетні процеси в дисипативних середовищах завжди супроводжуються тепловими втратами, але й з погляду розширення властивостей універсальної формули протоенергії (3.64). Справа в тім, що поняття енергії в стосунку до тепла втрачає реальний зміст і набирає віртуальний. І все-таки формула (3.64) і в цьому випадку працює. У чому тут секрет, у наш час відповісти важко. Бо теоретична фізика досі не має вичерпної відповіді на питання про фізичну суть енергії.

Рівняння протоенергії (3.64) у випадку побудови рівняння нестационарної теплопровідності за умови, що $T = 0$, $D = 0$ виглядає так

$$L = -\int_0^q \Lambda'(q) \mathbf{q} d\mathbf{q} + \int_0^t \int_0^{\partial\Theta/\partial t} C' \left(\frac{\partial\Theta}{\partial t} \right) \rho \frac{\partial\Theta}{\partial t} d \frac{\partial\Theta}{\partial t} dt, \quad (3.137)$$

де $\Lambda'(q) = \text{diag}(\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z)$ – матриця статичних теплопровідностей;

$C'(\partial\Theta/\partial t)$ – статична теплоємність; ρ – питома вага; $\mathbf{q}$ – тепловий потік

$$\mathbf{q} = \nabla\Theta = \mathbf{x}_0 \frac{\partial\Theta}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial\Theta}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial\Theta}{\partial z}. \quad (3.138)$$

Із-за скалярності температури рівняння (3.119) суттєво спрощується

$$\frac{\partial L}{\partial\Theta} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial\Theta}{\partial x}} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial\Theta}{\partial y}} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial\Theta}{\partial z}} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial\Theta}{\partial t}} \right) = 0. \quad (3.139)$$

Виходячи з (3.60), (3.137), (3.138) для першого доданку (3.139) маємо, що $\partial L / \partial \Theta = 0$. А наступні будуть

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Theta}{\partial x}} &= -\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \frac{\partial \Theta}{\partial x}} \left(\int_0^{\frac{\partial \Theta}{\partial x}} \lambda_x \mathbf{x}_0 \frac{\partial \Theta}{\partial x} d \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \int_0^{\frac{\partial \Theta}{\partial y}} \lambda_y \mathbf{y}_0 \frac{\partial \Theta}{\partial y} d \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \int_0^{\frac{\partial \Theta}{\partial z}} \lambda_z \mathbf{z}_0 \frac{\partial \Theta}{\partial z} d \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) = \\ &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \mathbf{x}_0 \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right); \quad \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Theta}{\partial y}} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \mathbf{y}_0 \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right); \quad \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Theta}{\partial z}} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \mathbf{z}_0 \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right); \\ &\quad \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Theta}{\partial t}} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \frac{\partial \Theta}{\partial t}} \int_0^{\frac{\partial \Theta}{\partial t}} C' \rho \frac{\partial \Theta}{\partial t} d \frac{\partial \Theta}{\partial t} dt = C' \rho \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3.140)$$

Підставляючи (3.140) у (3.139), одержимо рівняння нестационарної теплопровідності в нелінійному анізотропному середовищі без вільного члена p стороннього походження

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \nabla \cdot \Lambda' \nabla \Theta / C' \rho. \quad (3.141)$$

Сторонній член p для випадку електромагнетних втрат у провідному середовищі виглядає звичко

$$p = \gamma E^2. \quad (3.142)$$

Об'єднуючи (3.141), (3.142), одержимо

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\nabla \cdot \Lambda' \nabla \Theta + p}{C' \rho}. \quad (3.143)$$

Формальний перехід від (3.137) до (3.139) заставляє переглянути традиційні залежності $\Lambda' = \Lambda'(\Theta); C' = C'(\Theta)$ на користь $\Lambda' = \Lambda'(q); C' = C'(\partial \Theta / \partial t)$, бо інакше $\partial L / \partial \Theta \neq 0$ і результат (3.141) вийде цілком спотворений. Але останнє тут слово за спеціалістами-тепловиками.

У випадку лінійного середовища коли $C' = C = const$, рівняння (3.141) суттєво спрощується

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{C_p} \nabla^2 \Theta. \quad (3.144)$$

Матеріал цього розділу не претендує на те, щоб підмінити глибоко опрацьовані методи електрики, механіки, термодинаміки. Його роль значно скромніша – показати глибокі процеси, що об'єднують методи окремих наук і сприяють значній економії мозкової діяльності дослідника, особливо того, хто працює на їхньому стику. Те, що процеси різного фізичного походження описуються спільним математичним апаратом – не випадково. За цим феноменом ховається глибока таїна простору-часу. Цей матеріал не може бути байдужим для допитливих умів, що прагнуть глибше пізнати не тільки свій фах, але і сусідні. Він надто розширює горизонт пізнання і будить творчий процес. А в нашому конкретному випадку він *відкриває нові горизонти теорії механічного поля*.

4. ОБ'ЄДНАНІ РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРИКИ І ГРАВІТАЦІЇ

4.1. Основні рівняння

Попередній третій розділ переслідував дві основні мети:

1. Показати величезні можливості варіаційних методів аналізу фізичних систем, аби скріпити довіру до їхніх кінцевих результатів, не залежно від області практичних зацікавлень. Це дуже важливо, бо хід наших основних думок був обірваний у другому розділі на виразі (2.74), який є по суті підінтегральною функцією дії за Гамільтоном (3.59), а заодно – виразом протоенергії лінійних середовищ (3.64). А це означає лише одне – подальший тягар кінцевої мети об'єднання рівнянь електрики і гравітації буде перекладано на плечі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського.

2. Показати найновіші досягнення теорії електромагнетного поля нелінійних середовищ. Це теж дуже важливо, бо хід наших основних думок був обірваний у все тому ж другому розділі на виразах (2.27), (2.39), (2.42), (2.44), (2.45), (2.68)–(2.74), які підсвідомо узбочили електрику і механіку. А це значить, що ми можемо безболісно теорію механіки скерувати в русло досягнень теорії електрики!

Таким чином, за дією (2.74) на підставі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського [12–14], [16–19] виходимо на рівняння вектор-потенціалів електричного і механічного полів.

У результаті основне рівняння вектор-потенціалів електричного і механічного полів набуває вигляду [17]

$$\frac{\varepsilon_{0k}}{\nu_{0k}} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_k}{\partial t^2} + \frac{\gamma_k}{\nu_{0k}} \frac{\partial \mathbf{A}_k}{\partial t} = -\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}_k), \quad k = q, m, \quad (4.1)$$

У рівнянні (4.1) захований вектор густини струмів

$$\delta_k = \gamma_k \mathbf{E}_k + \frac{\partial \mathbf{D}_k}{\partial t}, \quad k = q, m. \quad (4.2)$$

Якщо в (4.1) зрезигнувати втратами: $\gamma_k = 0$, то одержимо рівняння електричного і гравітаційного безвтратних полів (3.136)

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_k}{\partial t^2} = -\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}_k), \quad k = q, m. \quad (4.3)$$

Якщо підінтегральну функцію в (4.1) ускладнити до виразу протоенергії (3.64), то на підставі згаданого варіаційного принципу прийдемо до рівнянь електричного і механічного полів у нелінійному анізотропному дисипативному середовищі. Такі рівняння засвідчують найвищий триумф варіаційних підходів у теоретичній фізиці нелінійних середовищ. З цього приводу (хоч ідеться про сильну взаємодію, яка виводить на асимптотичну свободу) варто процитувати [2], що проливає світло на політичну ідеологію в науці: “Ландау постановив: “Мы пришли к выводу, что метод Гамильтона для сильных взаимодействий мертв и должен быть похоронен, хотя и с должными почестями”. Як бачимо, у СРСР перепало не тільки славнозвісній генетиці, але частково і фізиці. Не забуваймо, що немало фізиків у той складний час найпердовішого у світі соціального устрою поплатилося головою за критику релятивізму.

У даному дослідженні ми не ставимо мети скерувати всю теорію механіки в русло електрики, хоч на підставі електромеханічних аналогій це зробити в принципі можливо. Найпростішим з присутніх прикладом такої можливості можуть служити відомі рівняння однорідної лінії з розподіленими параметрами (3.77) з боку електрики й рівняння валопровода з розподіленими параметрами (3.81) з боку механіки.

Оскільки наша ідея об’єднання теорій обох фізичних полів робить лише перший крок, і то поки що на рівні гіпотези, то подальшу задачу ми відчутно завуємо до електричного і гравітаційного полів у відкритому безвтратному космосі. А це рівнозначно обмежитися основним рівнянням у вигляді (4.3) з його світовими константами ε_0 , G , c . Щодо четвертої константи v_0 , присутньої в (4.1), то вона є похідною від попередніх (2.36)

$$v_{0k} = \varepsilon_{0k} c^2, \quad k = q, m. \quad (4.4)$$

4.2. Розмірності електричних і механічних величин

Оскільки всі задіяні рівняння об’єднаної електрики і механіки рівнобіжно оперують фізичними векторами електрики і механіки, то постає дуже важливе питання уніфікації фізичних розмірностей задіяних величин. Але, виявляється, між усіма ними (електричними і механічними) є суворі пропорційності. Оскільки за задумом цього дослідження теорія механіки підганяється до теорії електрики, а не навпаки, то резонно механічні розмірності, виразити через відомі електричні

$$\lambda_m = \xi \lambda_q, \quad \xi = \text{kg s}^{-1} \text{A}^{-1} (\text{kg/C}), \quad (4.5)$$

де λ – відповідна розмірність; ξ – коефіцієнт пропорційності.

Для орієнтаційної зручності порівняльні результати зведемо в таблицю

Величина	Розм. мех.	Розм. елект.	Коеф.
q	kg	s A (C)	ξ
$\mathbf{A}$	m s^{-1}	$\text{kg m s}^{-2} \text{A}^{-1} (\text{Vs/m})$	ξ^{-1}
$\mathbf{E}$	m s^{-2}	$\text{kg m s}^{-3} \text{A}^{-1} (\text{V/m})$	ξ^{-1}
$\mathbf{D}$	kg m^{-2}	$\text{m}^{-2} \text{s A} (\text{C/m}^2)$	ξ
δ	$\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$	$\text{m}^{-2} \text{A} (\text{A / m}^2)$	ξ
$\mathbf{B}$	s^{-1}	$\text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1} (\text{T})$	ξ^{-1}
$\mathbf{H}$	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$	$\text{A m}^{-1} (\text{A/m})$	ξ
A	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} (\text{J})$	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} (\text{J})$	1
p	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} (\text{W})$	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} (\text{W})$	1
$\mathbf{F}$	$\text{kg m s}^{-2} (\text{N})$	$\text{kg m s}^{-2} (\text{N})$	1
ε	$\text{kg m}^{-3} \text{s}^2$	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-3} \text{s}^4 \text{A}^2 (\text{F/m})$	ξ^2
ν	kg m^{-1}	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-1} \text{s}^2 \text{A}^2 (m/\text{H})$	ξ^2
γ	$\text{kg m}^{-3} \text{s}$	$\text{kg}^{-1} \text{m}^{-3} \text{s}^3 \text{A}^2 (\text{S/m})$	ξ^2

При потребі можна ввести інтегральні величини

$$\begin{aligned}
 i_k &= \int_S \delta_k dS; \quad u_k = \int_l \mathbf{E}_k dl; \\
 \Phi_k &= \int_S \mathbf{B}_k dS; \quad V_k = \int_l \mathbf{H}_k dl, \quad k = q, m,
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

де i_k, u_k, Φ_k, V_k – струм, напруга, вихровий потік, вихрова напруга, відповідно. Їхні розмірності:

Величина	Розм. мех.	Розм. елект.	Коеф.
i	kg s^{-1}	A	ξ
u	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1} (\text{V})$	ξ^{-1}
Φ	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2} \text{A}^{-1} (\text{Wb})$	ξ^{-1}
V	kg s^{-1}	A	ξ

Якщо ввести поняття швидкості убутку ладунку й маси

$$i = \frac{\partial q}{\partial t}; \quad i_m = \frac{\partial m}{\partial t}, \quad (4.7)$$

які назвемо електричним і механічним струмами, то розмірність коефіцієнта (4.5) є також стосунком розмірностей механічного і електричного струмів (4.7).

Судячи за складністю розмірностей векторних і скалярних величин, можна сказати, що рівняння об'єднаного поля набагато прозоріші в механічному варіанті, ніж у електричному, хоч насправді вони постали як електромагнетні. Перш за все йдеться про основний вектор-потенціал $\mathbf{A}$ (2.69), розмірність якого засвітилася в полі гравітації як розмірність вектора швидкості $\mathbf{V}$, а його перших похідних (2.70) – як розмірності векторів: прискорення ($\mathbf{E}_m = \mathbf{\Gamma}$) і кутової швидкості ($\mathbf{B}_m = \mathbf{\Omega}$), що цілком відповідає енергетичним процесам (2.73), (2.74).

Повну енергію гравітаційного поля розділимо на суму лінійного і вихрового компонентів. Лінійний компонент умовно вважатимемо кінетичною, а вихровий потенціальною (гравітаційною). Це зроблено лише для того, аби можна було скористатися для їх обчислення універсальними формулами (2.73). Питомі густини цих енергій у звичних механічних позначеннях будуть

$$w_k = \frac{\varepsilon_{0m} a^2}{2}; \quad w_p = \frac{v_{0m} \omega^2}{2} \quad (4.8)$$

де a, ω – модулі векторів лінійного прискорення $\mathbf{\Gamma}$ і кутової швидкості вихра $\mathbf{\Omega}$.

Не дивячись на схожість основних рівнянь (4.1) і (4.3) для електричного і гравітаційного полів, між процесами, описуваними ним, поки що існує камінь спотикання. Бо ладунок q має два знаки, а маса m лише один. Тож, сила електричної взаємодії проявляється в притяганні і відштовхуванні, а механічної взаємодії – лише в притяганні. Але в наукових колах все настирливіше постає ідея антиречовини з антигравітаційною дією. Якщо цей факт підтвердиться, тоді матимемо повну симетрію електричної і механічної взаємодій. Але асиметрія речовини й антиречовини в Усесвіті – поки що одна з найбільших нерозв'язаних задач фізики!

Матеріал нашого дослідження ілюструє як фізика лабіринтами математики пробирається до нашої свідомості. А це вже питання епістемології – знання як форми зв'язку свідомості і буття. Бо вектор $\mathbf{A}$ має не тільки фізичну розмірність швидкості (m s^{-1}), але й філософську – *міри Всеохоплюю-*

чого Руху, "по-грецьки кажуть Panta Rhei". Видно, оці два крилаті слова Гераклітос Ефеський (535–475 до н. е.) адресував через віки нам не просто так. А щоб ми врешті-решт збагнули їхню велич.

4.3. Вектор Пойтинґа

До вектора Пойтинґа в електричному полі ми приходимо, виходячи з балансу потужності. Оскільки йдеться про класичний матеріал, то можна записати готовий вираз відповідного компонента цього балансу як потоку потужності випромінювання p через задану поверхню S

$$p = \int_S \mathbf{\Pi} d\mathbf{S}, \quad (4.9)$$

де $\mathbf{\Pi}$ – власне вектор Пойтинґа

$$\mathbf{\Pi}_k = \mathbf{E}_k \times \mathbf{H}_k = v_{0k} (\mathbf{E}_k \times \mathbf{B}_k), \quad k = q, m, \quad (4.10)$$

причому розмірність вектора Пойтинґа в обох випадках одна й та ж – $\text{kg s}^{-3} (\text{W m}^{-2})$.

Виходячи з аналогій електричного і механічного полів, вектор (4.10) можна записати у звичних механічних позначеннях

$$\mathbf{\Pi}_m = \frac{c^2}{4\pi G} (\mathbf{\Gamma} \times \mathbf{\Omega}). \quad (4.11)$$

Інтеграл (4.9) презентує той компонент потужності гравітаційного або електричного поля, який витрачається на космічне випромінювання.

4.4. Сила Лоренца

На с. 36 було обіцяно після одержаного потрібного теоретичного матеріалу обґрунтувати в полі гравітації формулу сили Лоренца (2.43), оскільки цей важливий вираз був уведений у розгляд чисто формально. Дотримуючись обіцяного, надамо йому більшої прозорості з погляду механіки.

На підставі електро-механічних аналогій виразу (2.43) можна надати вигляду в механічних позначеннях

$$\mathbf{F} = m(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{v} \times \mathbf{\Omega}), \quad (4.12)$$

як *другого закону Ньютона* $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ в полі взаємоортогональних прискорень гравітаційного вихра.

4.5. Закони гравітації

Перший закон. Першим законом гравітації можна назвати механічний аналог першого закону Максвелла електрики (3.128), який для безвтратного середовища в універсальному представленні згідно з (4.4) набуде вигляду

$$\frac{\partial \mathbf{E}_k}{\partial t} = c^2 \nabla \times \mathbf{B}_k, \quad k = q, m, \quad (4.13)$$

де c – швидкість пропагації електричного і гравітаційного поля в пустоті.

Якщо скористатися електро-механічними аналогіями то в полі гравітації вираз (4.13) прийме вигляд

$$\frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial t} = c^2 \nabla \times \mathbf{\Omega}. \quad (4.14)$$

Другий закон. Другий закон гравітації або закон вихрової гравітаційної індукції будемо трактувати як аналог експериментального закону електричної індукції Фарадея (1831 р.), який умовно започаткував другу технічну революцію. Нагадаємо, що першу започаткував винахід парової машини Ваттом (1769 р.).

До законів вихрових електричної і гравітаційної індукцій можна формально прийти на підставі (2.69). Для цього достатньо взяти векторну операцію $\nabla \times$ від першого виразу, а в одержаний результат підставити другий вираз у результаті чого матимемо

$$\frac{\partial \mathbf{B}_k}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}_k, \quad k = q, m. \quad (4.15)$$

В електричному варіанті форма закону (4.15) відома під назвою другого закону Максвелла (3.129).

У випадку гравітаційного поля у звичних позначеннях вираз (4.15), виходячи з аналогій обох полів, матиме вигляд

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{\Gamma}. \quad (4.16)$$

Задля певности до (4.16) можна прийти звично, якщо вектори руху виразити, виходячи з законів класичної механіки. Для чого запишемо за означенням

$$\mathbf{\Gamma} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}. \quad (4.17)$$

Якщо взяти векторну операцію $\nabla \times$ від лівої і правої частин (4.17), тоді

можна одержати

$$\nabla \times \mathbf{\Gamma} = \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{V}. \quad (4.18)$$

Якщо врахувати, що вектор кутової швидкості $\mathbf{\Omega}$ є вихровим компонентом вектора лінійної швидкості $\mathbf{V}$, то рівняння (4.18) перетворюється до (4.16) само по собі. Знак "-" у (4.16) уведений за узгодженням векторної орієнтації за правилом правого гвинта.

Теоретична пауза. Рівняння (4.18) вимагає прискіпливішої уваги. Справа в тому, що за означенням

$$\nabla \times \mathbf{V} = 2\mathbf{\Omega}. \quad (4.19)$$

Щоб зрозуміти фізичний зв'язок векторів у (4.19) і не розписувати його за всіма проекціями, зупинимося на класичному випадку циліндричної симетрії: $\mathbf{V} = v\mathbf{a}_0$; $\mathbf{\Omega}' = \omega\mathbf{z}_0$, де $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{z}_0$ – орти. Тоді (4.19) значно спрощується

$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 2\omega. \quad (4.20)$$

З його очевидного розв'язку одержуємо класичні вирази лінійної швидкості і прискорення

$$v = \omega r; \quad a = \omega^2 r. \quad (4.21)$$

Тому то в правій частині (4.16) згідно з (4.15)–(4.17) повинен з'явитися коефіцієнт 2 при $\mathbf{\Omega}$, але це порушить зовнішню схожість законів гравітації і електрики. Аби так не сталося, ми залишимо його у попередньому вигляді, пам'ятаючи, що оперуємо не реальною, а поки що подвійною кутовою швидкістю: $\mathbf{\Omega}' = 2\mathbf{\Omega}$. Саме так у гравітомагнетизмі порішили цю проблему, а крім того, появу 2 при $\mathbf{\Omega}$ там пояснюють не за означенням векторного оператора (4.19), а на власний манер: "гравітаційне поле описується тензором другого рангу, на відміну від електромагнетного поля, яке описується тензором першого рангу (вектором)". Але ніхто з творців гравітомагнетизму не задумався, що так ставляться в скрутне положення решта роторних операцій (4.13)–(4.15) у вихідних рівняннях Максвелла. Нижче пояснимо, що тут відбувається насправді.

Відштовхнемося від двох експериментальних фактів: електричні і гравітаційні хвилі є поперечні ($\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$; $\mathbf{V} \perp \mathbf{\Omega}$) і поширюються зі швидкістю $v = c$. Цих умов цілком достатньо, щоб згідно з (1.5), (2.39) записати дуже важливий для теорії поля вираз

$$\mathbf{E}'_k = E_k \left(1 + \frac{c^2}{c^2} \right) \mathbf{r}_0 = 2\mathbf{E}_k, \quad k = q, m. \quad (4.22)$$

Якщо тепер у (4.13)–(4.16) виміняти векторні позначення на відповідні штриховані, то все залишиться без змін, бо множники 2 поскорочуються. А це вказує на те, що ми оперуємо реальними фізичними величинами, електричними й механічними! Залишається лише дивуватися геніальності Максвелла, який на зорі розбудови електродинаміки не попався в отой капкан, у який попалися пролонгатори його рівнянь на гравітацію.

Формула (4.22) – це гарант того, що третій компонент сили (2.45) не впливає на класичні рівняння електрики і гравітації нерухомих середовищ з їхнім поперечним рухом.

Гравітомагнетизм (гравітоелектромагнетизм) за задумом є придатком до ЗТВ, який дає змогу врахувати в теорії гравітації сили обертання гравітуючих мас на кшталт магнетних у електриці [23]. Відповідно до теорії ЗТВ: "гравітаційне поле, породжене обертовим об'єктом, у деякому граничному випадку (йдеться про слабкі гравітаційні поля) можна описати рівняннями, які мають ту ж форму, що й рівняння Максвелла в системі СІ". А далі, щоб не втратити обличчя, додається "мудрість": "У випадку сильних полів і релятивістських швидкостей гравітомагнетне поле не можна розглядати окремо від гравітаційного, так само, як в електромагнетизмі електричне і магнетне поля можна розділяти лише в нерелятивістських межах у статичних і стаціонарних випадках".

Ми вище сказаним лише застерігаємо, щоб не склалася формальна думка, що векторні рівняння (4.9)–(4.18) теж засвітилися на полі гравітомагнетизму слабких полів і дорелятивістських швидкостей. Навпаки, наші вирази презентують реальні поля і швидкості в межах їхнього фізичного існування. У цьому і є принципова різниця між електро-гравітацією і гравіто-магнетизмом!

На кінець зауважимо, що *вектори інтенсивності (напруженості) обох силових полів $\mathbf{E}_q, \mathbf{E}_m$ є насправді зручно завуальованою взаємодією відповідних мас (2.39)!*

У наступних двох підрозділах розглянемо дві важливі теоретичні задачі гравітації – безпосередню взаємодію електричного і гравітаційного полів і, що дуже важливо, реальність існування гравітаційних хвиль. Про існування гравітаційних хвиль здавна ведуться дискусії, але зі спостереженнями довго не щастило. Але тепер, як дізнаємося, що це вже в минулому. Хоч можна натрапити на публікації, що ставлять під сумнів останнє сказане.

4.6. Гравітаційна лінза

Гравітаційна лінза – це масивне тіло (зоря, планета), або система тіл (галактика, скупчення галактик), що викривлює своїм гравітаційним полем напрямок поширення електричного випромінювання, подібно до того, як викривлює світловий промінь звичайна лінза. Серед спостережуваних космічних ефектів цього явища відомі такі як кільця і хрест Ейнштейна. *Кільця Ейнштейна* мають місце, коли спостерігач знаходиться на одній прямій з джерелом гравітаційного поля і джерелом світла за ним. *Хрест Ейнштейна* – це спотворене гравітаційною лінзою зображення квазара, що розташований по осі зору за галактикою 2W2237+030. Це збільшене учетверо зображення утворює хрест з галактикою-лінзою в центрі.

Якщо говорити ширше про небесне явище, то йдеться про безпосередній вплив гравітаційного поля на електричне поле. Прискіпливий теоретичний підхід до вивчення цього явища показує, що тут на перешкоді перш за все постає принцип сталості швидкості світла у вакуумі. Масу носія сигналу знаходимо за формулою $m = E/c^2$. А раз така маса наявна, то вступаючи в гравітаційні процеси, її рух мусить зазнавати не тільки викривлення траєкторії, але й розгінно-гальмівних впливів! Але в такому разі доводиться дещо поступитися в мізерному околі сталістю світлової швидкості ($c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$), інакше факт існування гравітаційної лінзи губить фізичний сенс, а це суперечить практиці спостережень. За такої домовленості ми одержуємо змогу скористатися диференціальними рівняннями руху (2.50). Якщо здійснити в межах прийнятого компромісу їхню адаптацію до розв'язання поставленої задачі, то одержимо

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -2 \frac{GM r_x}{r^3} \left(1 + \frac{r_x v_x + r_y v_y}{rv} \right); & \frac{dr_x}{dt} &= v_x; \\ \frac{dv_y}{dt} &= -2 \frac{GM r_y}{r^3} \left(1 + \frac{r_x v_x + r_y v_y}{rv} \right); & \frac{dr_y}{dt} &= v_y. \end{aligned} \quad (4.23)$$

На підставі (4.23) просимулюємо викривлення траєкторії електричного сигналу під дією гравітаційного поля зорі. Заодно обговоримо суперечливість одержаних результатів з погляду спостережень.

Приклад 4.1. Просимулюємо корекцію траєкторії руху світлового променя в гравітаційному полі Сонця при максимальному зближенні до $0.5 \cdot 10^8 \text{ m}$ з його розрахунковою поверхнею.

Результати числового інтегрування рівнянь (4.23) показані на рис. 4.1 – рис. 4.3) при сталих параметрах $GM = 13,27128 \cdot 10^{19} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$, що відповідають

Сонцю, і початкових умовах:

$$r_x(0) = -12.0 \cdot 10^8; r_y(0) = 7.5 \cdot 10^8; v_x(0) = c; v_y(0) = 0.$$

На рис. 4.1 показано викривлення траєкторії руху світлового променя в гравітаційному полі Сонця. Аналіз числових даних комп'ютерної симуляції показав, що промінь відхилився на дуже мізерний кут, що становить лише $0.857503''$ кутової дуги. У розрахунках за класичними рівняннями (за дії лише сили Ньютона) цей кут виявився значно меншим $0.468197''$ кутової дуги. Розрахунки, виконані різними методами, тільки посилюють реальну наявність фізичного ефекта.

Рис. 4.2 ілюструє часову залежність відстані між взаємодіючими масами.

Дальший хід думок буде прикований до часової залежності швидкості поширення сигналу. Саме її перебіг і становить принципову проблему теоретичної фізики – is the speed of light constant [39]? Позитивна відповідь на це питання не тільки відома, але й наділена ликом святости. У той час, як у нашому числовому експерименті вона під дією гравітації Сонця на етапі зближення зі світилом перевершила c (299792 458) на 213 ms^{-1} (299792671), а на етапі

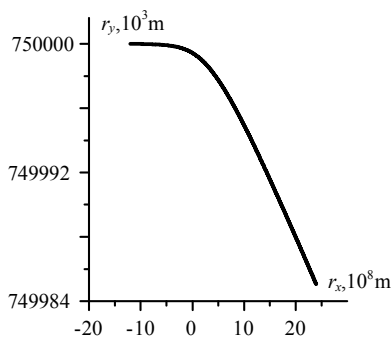


Рис. 4.1. Викривлення траєкторії світлового сигналу $r_y = r_y(r_x)$, що пролітає коло Сонця на відстані 750 000 km від його центра

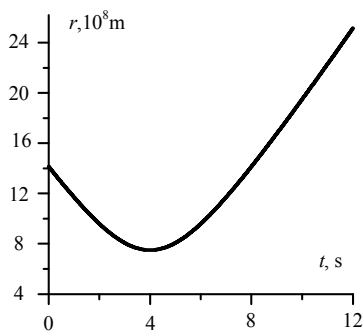


Рис. 4.2. Часова залежність відстані $r = r(t)$ між гравітованим сигналом і центром зорі у перехідному процесі, що відповідає рис. 4.1.

віддалення понизилася від c на 1616 ms^{-1} (299790842). Саме заради цієї важливої інформації час тривалості перехідного процесу було збільшено від 12 s до 25 s.

На підставі залежності $c = c(t)$ (рис. 4.3), отриманої за фундаментальними законами фізики, можна сміло швидкість світла у вакуумі c , як фізичну

константу, перевести в лик квазіконстанти, тим більше, що цей феномен підтверджений спостереженнями [39], серед яких і ефект гравітаційної затримки сигналу, або ефект Шапіро, і дані спостережень за надновою SN1987A, яка вибухнула в 1987 р. за 50000 пс від Сонця. У результаті було зафіксовано потік фотонів і нейтрино, але фотони появились на 4,7 год. пізніше, ніж очікувалися.

На жаль, пояснення обох спостережень зроблено на наш погляд невдало. Одному з них завадило релятивістське, іншому – квантове мислення.

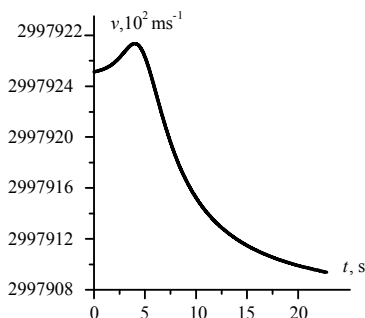


Рис. 4.3. Часова залежність швидкості гравітованого сигналу $c = c(t)$, у перехідному процесі, що відповідає рис. 4.1

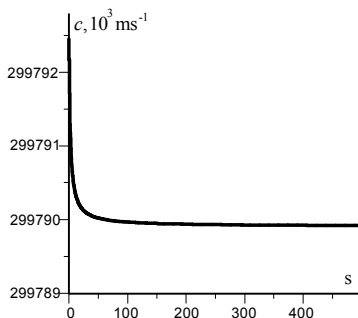


Рис. 4.4. Швидкість світлового сонячного променя $c = c(t)$ на траєкторії від Сонця до Землі

Ефект Шапіро в ЗТВ обчислюється, не виходячи з основних диференціальних рівнянь цієї теорії, а традиційно – пошуком зручного апроксимаційного виразу для даних експерименту, як це було зроблено у випадку обчислення прецесії орбіти Меркурія (2.52)– (2.56),

$$\Delta t = -R_g \log(1 - \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{x}_0), \quad (4.24)$$

де Δt – гравітаційна затримка часу; R_g – гравітаційний радіус гравітуючого тіла (2.9); $\mathbf{r}_0, \mathbf{x}_0$ – одиничні вектори, спрямовані від спостерігача до джерела і гравітуючої маси. Цій затримці часу відповідає деформація простору $\Delta x = c\Delta t$ при $c = const$. Питається, а хіба не природніше допустити $c = var$ і залишити в спокої багатостраждальні і час, і простір?

Дж. Френсон зі США, прихильник змінної швидкості світла у вакуумі, явище обґрунтовує з квантової позиції: "Фотон спонтанно розділяється на позитрон і електрон, а потім знову швидко рекомбінує у фотон, а це може затримати ледь-ледь рух фотона".

Тож, ми не одиноки на шляху до істини, а це найважливіше.

Під цим кутом зору цікавою є швидкісна характеристика сонячного променя (рис. 4.4), який сягає нашого ока, отримана в результаті інтегрування рівнянь (2.17) за значення $GM = 13,27128 \cdot 10^{19}$ і початкових умов: $v_0 = c$; $h_0 = 6,934 \cdot 10^8$. Сигнал за час польоту втратив 2542 ms^{-1} швидкості, причому третина цієї втрати припадає на першу секунду. Затримка часу на мові (4.24) $\Delta t \approx 0,004 \text{ s}$. Якщо задіяти в розрахунках лише силу Ньютона (2.42), то ця затримка зменшиться вчетверо $\Delta t \approx 0,001 \text{ s}$. До речі, формула (4.24) тут не застосовна.

4.7. Гравітаційні хвилі

11 лютого 2016 р. було оголошено колабораціями LIGO та VIRGO про експериментальне відкриття гравітаційних хвиль, що постали від злиття двох чорних дір масами 36 та 29 сонячних у одну з масою 62 сонячних (Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger B.P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration) Phys. Rev. Lett. 116, 061102 – Published 11. February 2016.). Таким чином, вивільнена за десятки долі секунди в злитті енергія – еквівалент близько 3 мас Сонця. Відстань до джерела становить близько 1,3 млрд. св. р. Гравітаційні хвилі були передбачені багатьма теоріями гравітації. Але щоб засікти їх, потрібен був напрочуд чутливий детектор. Коли такі коливання сягають Землі, у них дуже мала амплітуда – у тисячі разів менша за атомне ядро.

З цього приводу читаємо в Міжнародній павутині: "Існування гравітаційних хвиль може змінити наше уявлення про Всесвіт. Науковці зможуть дослідити наслідки найбільшої події в історії Всесвіту – Великого вибуху. Можна буде зазирнути в найвіддаленіші куточки Космосу, бо такі хвилі поширюються Всесвітом абсолютно безперешкодно. Байдуже, що зустрінеться їм на шляху. Цим вони відрізняються від світлових чи звукових хвиль. Завдяки гравітаційним хвилям з'явилася надія розкрити деякі з найбільших таємниць у науці, наприклад, з чого складається значна частина Всесвіту. Адже тільки 5% Всесвіту – звичайна речовина, 27% – темна матерія, а інші 68% є темною енергією. Їх називають темними, бо не відомо чим вони є [27]". Надибуємо також заперечення можливості існування темної матерії і темної енергії [31], а заодно і існування самих гравітаційних хвиль, тим більше сучасних технічних засобів їх реєстрації [41].

Гравітаційні хвилі випромінює будь-яке масивне тіло, що рухається з прискоренням. Однак для виникнення хвилі істотної амплітуди необхідні надзвичайно велика маса випромінювача або/і величезні прискорення. Якщо певний об'єкт рухається прискорено, то це означає, що на нього діє деяка сила збоку іншого об'єкта. У свою чергу цей інший об'єкт відчуває зворотну дію. Виходить, що два об'єкти випромінюють гравітаційні хвилі тільки в парі. Для Соняч-

ної системи, наприклад, найбільше гравітаційне випромінювання спричиняє підсистема Сонця і Юпітера. Потужність цього випромінювання мізерна – приблизно 5 кВт. Найпотужнішими джерелами гравітаційних хвиль є: галактики, що зіштовхуються, та гравітаційний колапс подвійної системи компактних об'єктів з величезними прискореннями та величезними масами.

Здається, що маніпулювати застереженнями про те, що "гравітаційні хвилі стискають і розтягують простір, викривляють його, змінюють структуру простору-часу", не приходиться, бо запаралелені на них електричні хвилі досі нічого подібного не скоїли. А без них годі нам уявити існування цивілізації. Прикладами електричних хвиль є світло, радіохвилі, рентгенівські промені, гамма-промені та ін. Вони описуються загальними для електричних явищ рівняннями Максвелла (3.128), (3.129). Навіть у випадку відсутності в просторі електричних ладунків і струмів рівняння Максвелла мають відмінні від нуля розв'язки. Вони й описують електричні хвилі (3.136).

У порожнечі вектори напруженості стаціонарного і вихрового компонентів електричної хвилі обов'язково перпендикулярні до напрямку розповсюдження хвилі. Такі хвилі називаються поперечними, крім того, напруженості стаціонарного і вихрового компонентів поля перпендикулярні один до одного. Якщо вибрати систему координат таким чином, щоб вісь z збігалася з напрямком поширення електричної хвилі, існуватимуть дві різні можливості для напрямків векторів напруженості електричного поля. Якщо стаціонарне поле направлене вздовж осі x , то вихрове поле буде направлене вздовж осі y , і навпаки. Ці дві різні можливості не виключають одна одну й відповідають двом різним поляризаціям.

У випадку відсутності мас і їхніх часових змін відповідники рівнянням Максвелла (3.128), (3.129) будуть вирази (4.14), (4.16)

$$\frac{\partial \mathbf{\Gamma}}{\partial t} = c^2 \nabla \times \mathbf{\Omega}; \quad \frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{\Gamma}, \quad (4.25)$$

а рівнянням неперервності (3.130) – подібні

$$\nabla \cdot \mathbf{\Omega} = 0; \quad \nabla \cdot \mathbf{\Gamma} = 0. \quad (4.26)$$

Рівняння (4.23) уподібнимо до відповідних електричних (3.136)

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -\nabla \times \nabla \times \mathbf{U}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Omega}. \quad (4.27)$$

Якщо скористатися теоремою $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}$, то на підставі (4.26) одержуємо класичні рівняння гравітаційних поперечних хвиль

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = \nabla^2 \mathbf{U}, \quad \mathbf{U} = \Gamma, \Omega. \quad (4.28)$$

Що й треба було показати. Рівняння (4.28) векторні. При потребі їх можна розписати покоординатно. Так, у декартових матимемо

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2}, \quad U = \Gamma, \Omega; \quad r = x, y, z. \quad (4.29)$$

У випадку симетричної сферичної хвилі у сферичних координатах (радіусу r) вираз (4.29) спрощується до класичного

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2}, \quad U = \Gamma, \Omega. \quad (4.30)$$

Питомі енергії гравітаційних хвиль обчислюємо за результатами розв'язання відповідних диференціальних рівнянь згідно з виразами (4.8).

4.8. Просторовий протовектор-потенціал

Глибше об'єднання електрики і гравітації до рівня просторового протовектор-потенціалу $\mathbf{P}$ (*гр. літера* ро) з математичного погляду немає потреби. А от як форми зв'язку свідомості і буття заслуговує на увагу, бо тут, виходячи з філософської безвідповідальності, можна багато чого сказати з користю для активізації думки. Крім того, для людського сприйняття світобудови це об'єднання давно зроблене самою природою, про що каже таблиця розмірностей (див. с. 99). Кожна з величин окремого поля має власну розмірність. А ось, що стосується енергетичних характеристик ($p, A, \mathbf{F}$), необхідних для контакту поля з людиною, то розмірності одні й ті ж – об'єднані ($\xi = 1$).

До протовектора ми заходимо через відчинені двері

$$\mathbf{A}_k = \frac{\partial \mathbf{P}_k}{\partial t}, \quad k = q, m. \quad (4.31)$$

Протовектор-потенціал $\mathbf{P}$ у механічному трактуванні – це просторовий радіус-вектор, у електричному трактуванні – це той самий вектор, тільки деформованого простору на коефіцієнт (4.5): m/q . Тому будемо умовно вважати, що простір є двоєдиний – простір гравітації (маси) і простір електрики (ладунку), а коефіцієнт m/q – це перекидна кладка з одного в інший, яка

скорочує або масу, або ладунок на користь протилежного поля. При цьому слід не забувати, що треба вимінювати й відповідні світові константи ($k \rightleftharpoons G$).

Виходячи з такої тотальної симетрії Світу, можна висловити сміливу думку: "Оскільки *сумарний ладунок нашого Всесвіту дорівнює нулю*, то ця необхідна умова стабільності мусить бути притамана і масі – *сумарна маса нашого Всесвіту мусить теж дорівнювати нулю!*" А раз так, то існування антимаєтерії з антигравітаційною дією з рівня гіпотези можна наближати до реальності, бо іншого способу забезпечення цієї умови, ніж притаманість масі $\pm m$, як і ладунку $\pm q$, просто не існує.

Думки.

1. Свого часу експериментально було пізнано дві фундаментальні сили взаємодії нерухомих тіл – силу тяжіння Ньютона в механіці і силу Кулона в електриці. Затим до них добавили ще по одній, спричинених рухом цих тіл, – магнетну силу Лоренца в електриці і її пролонгацію на механіку – гравітомагнетну. Нами виявлено й добавлено до існуючих ще по одній (2.45), різючіше узалежнених від швидкості, ніж попередні. Таким чином ми замкнули трисутність фізичних силових взаємодій і в механіці, і в електриці. Цілісність нової теорії апробовано в задачах динаміки мега-, макро- і мікросвіту. Цікаво, що новий компонент сили, не впливає на класичні рівняння електрики і гравітації нерухомих середовищ з притаманим їм поперечним рухом.

2. Уподібнену теорію розрізних електричного і гравітаційного полів треба трактувати як сміливу гіпотезу, здійснену завдяки відмові від магнетизму на користь вихрового ефекту руху, і скінченності швидкості пропагації (навіть у мікросвіті!) електричного і гравітаційного полів у фізичному просторі і часі.

3. Розмірністю вектор-потенціалу гравітації виявилася розмірністю швидкості, що придало йому не тільки фізичної, але й філософської прозорості – як Всеохоплюючого Руху, пропагованого ще з античних часів. Істинність окремих теоретичних результатів гравітації, уподібнених результатам електрики, підтверджено їх одержанням традиційними прийнятими в механіці підходами.

4. Якщо поглибити процес умовного об'єднання гравітації і електрики до рівня протовектора просторового радіуса, то можна вийти на двоєдиність електричного і гравітаційного простору за умови наявності в Усесвіті антимаєси з антигравітаційною дією, задля забезпечення стабільності світобудови. Можна висловити думку, що на шляху дальшого зближення теорій електрики і гравітації стоять світові константи, до яких у першу чергу належать k, G , кожна з підвладним їй полем екзистенції. Об'єднання цих полів рівнозначне об'єднанню світових констант, які *визначаються експериментально* і харак-

теризують не окремі тіла, а фізичні властивості нашого Світу вцілому. Тому таке об'єднання суперечило б нині визнаному антропному принципу. Хоч тут є і застереження. Останнім часом все частіше фізики зазіхають на константи, причому, у першу чергу на швидкість світла у вакуумі c , поспішно зачислену до світових. Цікаво, що перший на тему можливої несталості c виступив на початку ХХ ст. не хто інший, як сам Пуанкаре. А до застережень геніальних, як кажуть, треба ставитися належно. Можна було звернути увагу й на те, що в наших формулах (2.39), відображаючих ефекти руху, теж немає обмежень на сталу c на кшталт коефіцієнта Лоренца в (2.18), (2.30).

5. Рівняння хвилових процесів гравітації вписуються в класичні рівняння електричних поперечних хвиль, які поширюються у вакуумі зі швидкістю світла c . Світлові промені, взаємодіючи з гравітаційними полями, неминуче вступають і в інерційні процеси. А це фізичній константі c надає статусу квазіконстанти зі спостережуваними мізерними коливаннями в околі c .

6. Не можна не звернути уваги на те, що для людського сприйняття світобудови, об'єднання електрики і гравітації зроблене самою природою. Усі енергетичні характеристики – сила, робота, потужність – необхідні для контакту поля з людиною є спільні і мають одну й ту ж розмірність.

7. Запропоноване загальне рівняння електричного і механічного полів (4.1) сумісно з формулою протоенергії (3.64) може бути поширене на нелінійні середовища, електричне і механічне (3.126).

8. Виходячи зі збігу виразів дії за Гамільтоном для електричного і гравітаційного полів (2.74), (3.59), (3.60), за умови існування антиматерії немає принципових застережень щодо адаптації основних здобутків квантової електродинаміки на майбутню квантову гравітодинаміку з її поки що гіпотетичним безмасовим квантом – гравітоном.

9. Нині нікого не здивувати наявністю в небесній висі чорних дір. Але ми натрапили на них і в глибині матерії. Усіх їх об'єднує те, що по ту сторону їхніх сфер закони нашого Всесвіту колапсують до сингулярності енергії. А це – не допустимо. Тому залишається припустити, що там чинні інші фізичні закони. А інші фізичні закони можуть належати тільки іншим всесвітам. Так услід за теоремою Геделя про неповноту наших знань, ми подумки виходимо на космологічну концепцію паралельних всесвітів. А те, що їх не вдається виявити, тільки скріплює гіпотезу про те, що *у кожному з них сумарні джерела силових полів – на подоби наших ладунку і маси, – аби бути невидимими збоку, мусять дорівнювати нулю*. Але останнє сказане належить надреальному моделюванню, про яке йтиметься далі.

10. Гармонія представлених результатів симуляції земних і космічних перехідних процесів дає нам певне морально-естетичне право вважати їх такими, що відповідають *об'єктивній реальності* за словами Г. Пуанкаре.

5. НАДРЕАЛЬНОСТІ У НАУЦІ

Щоб не здалася дивакуватою поява терміну надреальноності в даному реальному науковому дослідженні, скажемо наперед, що йтиметься про фізичні ефекти руху, які понад сотню літ будоражать людські уми. Саме теорія цих ефектів наробила галасу, як ні одна до того з фізичних теорій світобудови, завдяки своїй невимовній красі і польоту фантазії. Зрозуміло, що йдеться про теорію релятивізму в двох іпостасях – СТВ і ЗТВ, і наших відношеннях до неї. Але про все те йтиметься опісля, а наперед пропустимо попередній матеріал, для того, щоб зрозуміліше можна було мовити про основне.

Ідеться про один бік науки, усім відомий, але замовчуваний, – про елементи надреальності, які застосовуються в теоретичних вправах. Це робиться у більшості з користю, але часом і зі шкодою для самої науки. Таке застереження зумовлене тим, що методами надреальності треба користуватися обережно, спираючись на розум і інтуїцію, аби не стати жертвою власної підсвідомості, не керованої все тою ж власною свідомістю.

Світ мистецтва давно освоїв подібне й добився цим карколомних успіхів у розкритті ідеї. Надреальний підхід, відомий під назвою сюрреалізму, творить дива в живописі, пластиці, літературі, музиці. А чому світ науки повинен стояти осторонь? Адже світ мистецтва й науки – це нероздільне поле діяльності людського духу. З цього приводу я було писав про власні надреальні літературні вправи: "Музика, література, живопис – це ті чинники, що підтримують активність тих клітинок головного мозку, що пов'язані зі сприйняттям вищих естетичних смаків. Саме вони підсилюють емоційний бік нашої діяльності... Втрата отих смаків рівнозначна втраті щастя. Розум і інтуїція – це крила вченого. А література – це ще одне поле легу. Дивосвіт науки не поступається дивосвітові мистецтва. У науці людина ближча до гармонії краси, бо краса тут сприймається мозком безпосередньо, а не через транслятори – органи зору, слуху тощо, як у мистецтві".

Якщо бути щирим, то елементи надреальності наука здавен використовує на підсвідомому рівні, не задумуючись над тим. Назвемо хоча б широковживане з претензією на реальність розкладання періодичної функції в ряд Фур'є. Більшість навіть вірять у існування реальних гармонік цього ряду. А на заперечення про можливість розкласти цю саму функцію в інший ряд, наприклад, Уолша, ставить їх у безвихідь, бо постає роздвоєність реальності на гармоніки чи прямокутні утворення. А хто заперечить, що світ комплексної змінної, один з наріжних каменів математики, не належить до цього гурту? Прикладів можна навести безіч, але й так зрозуміло, про що йдеться.

Відверто кажучи, то вся математика, як наука, тяжіє до надреальності, але служить цій реальності щиріше за всіх решту відомих реальностей. Піднімаючи питання надреальності математики, аж ніяк не обійти осмислені надреальні справи її найкращого представника Генрі Пуанкаре, хоча б його "Неевклідов світ".

Але надреальна модель неевклідового світу Пуанкаре не вправа для вишуканого мозку. Вона переслідує прагматичну мету – спростити сприйняття неевклідової геометрії, у яку він вніс вагомий вклад. Усе, що пише Пуанкаре, захоплює. За його науково-філософськими роздумами про "одухотвореність природи" "неевклідов світ" дає змогу піднятися до небес і заглянути у стан творця, який вибудовує новий світ, який серцем сприймається безмежним, а розумом – замкнутим. Диво й те, що моя перша Міжнародна конференція припала на Нансі, і я 18 вересня 1990 р. ступив на землю пророка науки. Зустріч з Пуанкаре, запропонована нижче, проливає світло на дивосвіт його творчого духу. Але це аж ніяк не розкриває світогляд великого Вченого, це всього-на-всього філософський штрих до його творчого стилю. Далі слідує оригінальний текст у перекладі з французької.

5.1. Неевклідов світ

Уявімо світ, укладений всередині великої сфери і підлеглий таким законам. Температура тут не рівномірна; вона має найбільше значення в центрі і знижується в міру віддалення від нього, сягаючи абсолютного нуля на кульовій поверхні, яка є межею цього світу. Я визначу в точності навіть закон, за яким змінюється ця температура. Нехай R буде радіус граничної поверхні, r – відстань даної точки від центра сфери. Абсолютна температура нехай буде пропорційна $R^2 - r^2$. Я припущу далі, що в цьому світі всі тіла мають один і той же коефіцієнт розширення, саме такий, що довжина якої-небудь лінійки пропорційна абсолютній температурі. Нарешті, я припущу, що предмет, перенесений з однієї точки в іншу, де температура інша, зараз же приходить у стан теплової рівноваги зі своїм новим середовищем. У цих припущеннях немає нічого ні суперечливого, ні немислимого.

У такому разі рухомий предмет буде все зменшуватися в міру наближення до граничної сфери. Тепер зауважимо, що хоча цей світ обмежений з точки зору нашої звичайної геометрії, проте він буде здаватися нескінченним для його мешканців. Справді, коли вони побажали б наблизитися до граничної сфери, вони охолоджувалися б і ставали б все менші й менші. Тому кроки їхні постійно скорочувалися б, і вони ніколи не могли б досягти граничної сфери. Якщо для нас геометрія є не що інше, як вивчення законів, по яких рухаються незмінні тверді тіла, то для цих уявних істот вона була б вивченням законів, по яких рухаються тверді тіла, що *змінюються внаслідок тих відмінностей у температурі*, про які я щойно казав.

Без сумніву, і в нашому світі реальні тверді тіла також зазнають змін форми та об'єму внаслідок нагрівання і охолодження. Але встановлюючи основи геометрії, ми нехтуємо цими змінами, так як, крім того, що вони вкрай незначні, вони ще безладні і, отже, здаються нам випадковими. В уявному нами світі це було б уже не так; ці зміни підкорялися б правильним і дуже простим законам. З іншого боку, різні тверді складові частини тіла мешканців цього світу відчували б такі ж зміни форми та об'єму.

Я зроблю ще інше припущення, що світло тут проходить через середовища різної заломлюючої здатності, саме такі, що показник заломлення обернено пропорційний R^2-r^2 . Легко бачити, що в цих умовах світлові промені були б не прямолінійними, а круговими. Щоб виправдати все попереднє, мені залишається показати, що певні зміни, що відбуваються в положенні зовнішніх предметів, можуть бути *компенсовані* корелятивними рухами чутливих істот, які заселяють цей уявний світ; таким чином, може бути відновлений первісний комплекс вражень, які відчують ці істоти. Припустимо справді, що предмет переміщається, деформуючись: не як незмінне тверде тіло, але як тверде тіло, що відчуває нерівномірні розширення, у точності відповідні допущеному вище закону зміни температур. Для стислості я дозволю собі називати подібний рух неевклідовим переміщенням.

Якщо по сусідству знаходиться чутлива істота, її враження будуть змінені завдяки переміщенню предмета, але вона буде в змозі відновити їх в колишньому вигляді, пересуваючись саме належним чином. Досить, щоб у результаті система, що складається з предмета та чутливої істоти, що розглядається як одне тіло, відчувала одне з тих особливих переміщень, які я назвав неевклідовими. Це можливо, якщо допустити, що члени цих істот розширюються за тим же законом, що й інші тіла заселеного ними світу. Хоча з точки зору нашої звичайної геометрії тіла виявляться після такого переміщення деформованими і різні їх частини аж ніяк не вернуться до свого попереднього відносного розташування, але ми побачимо, що враження чутливої істоти виявляться тими ж.

Справді, якщо взаємні відстані різних частин і могли змінитися, проте частини, що були колись у зіткненні, знову будуть у зіткненні. Отже, дотикові враження не зміняться. З іншого боку, якщо врахувати гіпотезу про заломлення і кривизну світлових променів, ми переконаємося, що і зорові враження залишаться колишніми. Отже, наші уявні істоти повинні будуть, як і ми, класифікувати спостережувані ними явища і виділити з них "зміни положення", які можна компенсувати відповідним вольовим рухом. Якщо вони створять геометрію, то вона не буде, подібна до нашої, вивченням рухів наших незмінних твердих тіл; це буде наука про зміни положення, зміни, які вони виділять в особливу групу і які будуть представляти не що інше, як "неевклідові переміщення". Це буде неевклідова геометрія.

Таким чином, такі ж істоти, як ми, виховані в подібному світі, мали б

геометрію, відмінну від нашої.

Поява тут надреального неевклідового світу Г. Пуанкаре не випадкова. Цей світ є наочним прикладом надреальної математичної моделі. Але модель Г. Пуанкаре тяжіє до фантастики, а ми пропонуємо використання надреальності для ефективнішого розкриття тих чи інших сторін саме реальності, а можливо все тої ж надреальності в надреальності. Якщо бути конкретнішим, то принаймні одна з проєкцій такої моделі повинна виводити на бажаний результат. Як приклад такої незвичної математичної моделі пропонується модель *надреальної світлової сфери граничних швидкостей і енергій*.

5.2. Світ граничних швидкостей

На кшталт надреальної математичної моделі сферичного неевклідового світу Г. Пуанкаре, яка підтверджує можливість вклинення надреальності в реальний світ фізичних побудов, пропонуємо власну надреальну математичну модель світлової сфери в просторі граничних швидкостей світла у вакуумі. Але між цими двома моделями є принципова відмінність. Якщо модель неевклідового світу віддаляє нас від реального, то модель світлової сфери проєктується на реальний (квазіреальний) світ. Тут реальні швидкості трактуються як компоненти граничних у певній системі координат. Кінематика й динаміка проєкцій векторів швидкостей такої надреальної сфери цілком збігається з реальною релятивістською теорією (СТВ). У такий спосіб ми розвиваємо далі надреальний світ математичних моделей.

Найперш застережемо, що геометрична побудова такої сфери здійснюється не в просторових координатах, а в просторі швидкостей. Вона має сталий радіус, який дорівнює швидкості світла у вакуумі $c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$. У полі цієї сфери не існує векторів швидкості, модулі яких відмінні від c . Таким чином, годографи всіх векторів швидкості лягають на сферу, *створяючи надреальний світ граничних швидкостей*. У такому світі вектори швидкостей відрізняються не модулями, а лише квазіпросторовою орієнтацією до координати спостерігача або учасника експерименту. Із-за сталості радіуса сфера йменується *світловою*. Зрозуміло, якщо ті чи інші тіла з ненульовою масою спокою рухатимуться всередині такої сфери з гранично можливою швидкістю, то ми матимемо справу зі світом наденергій.

Будь-яку реальну швидкість v всередині світлової сфери треба трактувати як проєкцію швидкості світлового радіуса на реальну систему координат, наприклад, декартових (рис. 5.1). У такому разі поздовжній v_x і поперечний v_y компоненти швидкості визначатимуться як

$$v_x = c \cos \alpha, \quad v_y = c \sin \alpha, \quad (5.1)$$

де α – визначальний кут проекції. Зрозуміло, що у випадку нерухомого стану $\alpha = \pi/2$. Таким чином, ми вільно володіємо всеможливими реальними швидкостями $0 \leq v \leq c$ всередині сфери, але в полі окремих компонент (проекцій) того чи іншого світлового вектора швидкості $\mathbf{v}$.

На підставі (5.1) поперечному компоненту швидкості надамо вигляду

$$v_y = c \sin \alpha = c \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = c \sqrt{1 - \frac{v_x^2}{c^2}}. \quad (5.2)$$

Поява коефіцієнта Лоренца в поперечному компоненті швидкості цілком узгоджується з релятивістською теорією. І це не випадково, бо в самій кулі заздалегідь закладені умови релятивізму, оскільки її радіус сталий. А це значить, що які б комбінації з окремими компонентами швидкостей ми не робили, їхня сума не може переступити межу сфери. Таким чином, кінематику швидкостей унутрі світлової сфери ми цілком геометризуюмо згідно з теорією релятивізму.

Як додавати компоненти швидкостей унутрі світлової сфери покажемо на найпростішому прикладі – їхнього алгебраїчного додавання. Бо нас цікавлять не тонкощі релятивістського перетворення швидкостей, а можливості самої кулі. У такому разі матимемо справу з планарними кутами в перерізі кулі площиною декартових координат $x, 0, y$ (рис. 5.1).

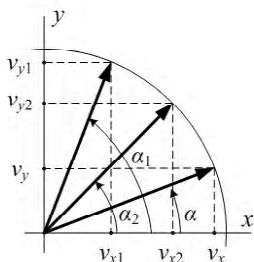


Рис. 5.1. Фрагмент перерізу світлової сфери граничних швидкостей площиною декартових координат

Тут зображено два світлові вектори, проекції яких визначають реальні швидкості v_{x1}, v_{x2} . За прийнятими правилами сумарна швидкість обох їх мусить визначатися проекцією деякого іншого світлового вектора, який буде мати також іншу квазіпросторову орієнтацію. А це означає, що задача зводиться до визначення нового визначального кута за комбінацією визначальних кутів окремих доданків.

Перш за все підберемо оптимальну формулу релятивістського додавання косинусів окремих визначальних кутів, як найближчу до їхнього звичайного додавання

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{1 + m}, \quad (5.3)$$

де m – коректуючий коефіцієнт, звісно, якщо $m = 0$, то (5.3) вироджується у звичайну суму двох доданків.

Визначити цей коефіцієнт можна з граничних умов.

По-перше, він повинен бути нульовим за умови нульового значення одного з двох доданків у чисельнику виразу (5.3): $\cos \alpha_1 = 0$, або $\cos \alpha_2 = 0$, бо тоді саме додавання як таке вироджується. Крім того, ці дві умови мусять бути втілені в найпростішій формі, а такою є

$$m = k \cos \alpha_1 \cos \alpha_2, \quad (5.4)$$

де k – деякий поки що невідомий коефіцієнт.

По-друге, за умови максимальних значень обох доданків у чисельнику (5.3) ($\cos \alpha_1 = 1$ і $\cos \alpha_2 = 1$) у (5.3) повинна виконуватися тригонометрична умова максимуму: $\cos \alpha = 1$. А це можливо лише за однієї умови: $k = 1$.

Тепер підставляючи (5.4) за другої граничної умови в (5.3), одержимо остаточну формулу релятивістського додовання швидкостей

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2}. \quad (5.6)$$

Приклад. Хай компоненти швидкостей $v_{x1} = v_{x2} = 0,5c$. А це згідно з (5.1) визначає: $\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2 = 0,5$ ($\alpha_1 = \alpha_2 = 60^\circ$). Підставляючи ці значення у (5.6), одержимо: $\cos \alpha = 0,8$; $\alpha = 36,87^\circ$. Тож, сумарна швидкість дорівнює лише $0,8c$.

Статичну масу m' знайдемо з приростів енергії та імпульсу

$$\frac{d(m'(v)c^2)}{dt} = c \cos \alpha \frac{d(m'(v)c \cos \alpha)}{dt}. \quad (5.7)$$

Інтегруючи за умови, що $m'(v) = m_0$ при $\cos \alpha = 0$, матимемо

$$m'(v) = \frac{m_0}{\sin \alpha}. \quad (5.8)$$

Енергію руху трактуємо як різницю енергій, повної і спокою (3.46), (3.47)

$$w_k = (m'(v) - m_0)c^2. \quad (5.9)$$

Тоді згідно з (5.8) матимемо

$$w_k = \frac{m_0 c^2}{\sin \alpha} (1 - \sin \alpha). \quad (5.10)$$

Що стосується ко-енергії руху, то її знаходимо аналогічно (5.9), (5.10)

$$w_{kc} = w_k \sin \alpha = m_0 c^2 (1 - \sin \alpha). \quad (5.11)$$

Формули (5.8), (5.10), (5.11) є по суті однойменними з виразами (3.33), (3.34), (3.39).

Силу дію шукатимо за градієнтом кінетичної енергії згідно з (3.41), (5.10)

$$F_k = \frac{\partial w_k}{\partial x} = m_0 c^2 \frac{\partial}{\partial \sin \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right) \frac{\partial \sin \alpha}{\partial x} = \frac{m_0}{\sin^3 \alpha} a, \quad (5.12)$$

де $a = dv / dt$ – прискорення.

До (5.12) можна прийти через імпульс

$$p = m_0 c \cdot \operatorname{ctg} \alpha. \quad (5.13)$$

Диференціюючи (5.13) за часом, одержимо

$$F_k = m_0 c \frac{\partial \operatorname{ctg} \alpha}{\partial t} = m_0 c \frac{\partial \operatorname{ctg} \alpha}{\partial v} a = \frac{m_0}{\sin^3 \alpha} a. \quad (5.14)$$

Вирази (5.12), (5.14) цілком збігається з (3.44). Таким чином у світі граничних швидкостей за відомого значення маси спокою m_0 рух докладно описується визначальним коефіцієнтом α .

Цікаво, що за швидкостей $v \ll c$, виразу кінетичної енергії (5.10) на підставі біноміальної теореми (3.40) можна надати вигляду профіциту маси руху

$$w_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \cos^2 \alpha - 1 \right) = \frac{1}{2} m_0 c^2 \cos^2 \alpha. \quad (5.15)$$

Існування світлової сфери в реальності мало ймовірне (хоча застережнь збоку філософії немає). Це як би цільове вклинення надреальности в реальність з метою геометризації кінематики й динаміки реальних швидкостей. Суб'єктивний задум полягав саме в тому, щоб показати, що надреальність здатна сприяти відкриттю гармонії раціональної однозначности. Разом з тим, підняті

тут пласти виводять нас безпосередньо на вихідне поняття філософії – *буття*, що має найширше узагальнення і тому постає як наріжний світоглядний орієнтир.

Так, кінетичні енергія w_k (5.10), (3.39) і ко-енергія w_{kc} (5.11), (3.34) за реальних швидкостей v визначаються перш за все швидкістю світла c . А це заздалегідь споріднює нас з надреальним світом граничних швидкостей, роблячи його все більш реальним у світлі сучасного філософського учення [8] про рівні і форми виявлення буття. Саме ці рівні і форми є найскладніші і найсуперечливіші в теорії пізнання. Дещо ширше про це поговоримо нижче у філософському відступі.

Філософський відступ. Цікаво, що суть запропонованих вище математичних надреальних вправ уписується в одну зі сторін сучасного дуалістичного сприйняття світу. Пуанкаре свого часу писав (мало ймовірно, щоб найбільший розум планети помилявся): *"Гармонія, яку людський розум надіється відкрити в природі, чи існує вона поза людським розумом? Без сумніву – ні; неможлива реальність, яка була б повністю незалежна від розуму, який осягає її, бачить, відчуває її. Такий зовнішній світ, якби навіть він і існував, ніколи не був би нам доступний. Але те, що ми називаємо об'єктивною реальністю, урешті-решт є те, що спільне кільком мислячим істотам і могло б бути спільне всім. Цією спільною стороною може бути тільки гармонія, що виражається математичними законами. Отже, саме ця гармонія і є єдина об'єктивна реальність, єдина істина, яку ми можемо досягти; а якщо я додам, що **універсальна гармонія світу** є джерело всякої краси, то буде зрозуміло, як ми повинні цінувати ті повільні й важкі кроки вперед, які мало-помалу відкривають її нам"*.

Те саме вторить неокласична філософія: *"Поза свідомістю ніякого буття не існує; принаймні, про нього ми нічого не знаємо"*. А нинішня [8] – близька до того: *"Буття охоплює самі підвалини суб'єктивно-об'єктивного відношення й одночасно вписує людину в структуру світобудови, роблячи її свідомість фундаментальною умовою виявлення форм буття... А з иншого боку, буття ніби стоїть за нами й апріорно надане нам як тотальна якість"*.

Таким чином сучасне дуалістичне трактування буття далеке від того ортодоксально метафізичного, якого нас учили на студентській парті вірні лєнінці, і не надто перечить світлому розуму Пуанкаре. Хоча самому Пуанкаре свого часу за ці слова добряче перепало безпосередньо від самого Лєніна в його горезвісних "Філософських тетрадах".

Натрапивши в лабіринтах власної підсвідомості на таку наукову цікавість, я був ошелешений. Але виходити на люди з таким "Світом", признаюся щиро, побоявся, знаючи, що *суб'єктами дій творчих колективів є не вони самі, а за-*

кони й імперативи природи, яка рішуче протистоїть людській творчості. Цю мудрість навіяли мені негативні рецензії місцевого часопису на мою "Безконфліктну модель електрона" (1.20), (1.22), опубліковану згодом у одному з найпрестижніших часописів [29]. Тож, за порадою пішов до невтомного труженика філософської думки в Україні В. Петрушенка. Вислухавши суть справи, той, не роздумуючи, каже: "Раз ти такий світ відкрив і описав математично, значить він існує". А тут ще проф. Я. Буджак негадано-неждано пропонує скомпонувати спільну монографію. Це вже я сприйняв як знак Неба. Отак наш "грішний світ" побачив "Світ граничних швидкостей" на її сторінках [1].

Творча надреальність безпосередньо пов'язана з несвідомим. У СРСР вона була проголошена найреакційнішою буржуазною течією. Виявити її присутність у науці комуністам було непосильно, тому за чистотою соцреалізму каральний апарат ретельно слідкував у мистецтві. Але при цьому КДБ потерпіло фіаско, прогледівши чистоту сюрреалістичного стилю власної соромицької "частушки". Щоб розвіяти залишки того дурману, погляньмо на проблему несвідомого з ракурсу сучасних філософських знань [8]: "У наш час інтуїцію поєднують із проявами несвідомого, а також із феноменом т. зв. "фонових знань", тобто передбачається, що інтуїція активізує приховані глибини несвідомого. Фонове знання – це те неявне знання, що задіюється в науковий дискурс, проте не усвідомлюється; воно присутнє в наукових побудовах, тільки пізніше, при їхньому подальшому ретельному аналізі... Образи інтуїтивних розв'язків та прозрінь мають далі опрацьовуватися, щоб набути статусу науково достовірних. Інтуїції надається вагоме значення, проте її роль не перебільшується, оскільки вона не є простим і випадковим дарунком людині, а лише *відплатою за тривалі та наполегливі інтелектуальні пошуки*".

У наступному підрозділі поділимося думками про релятивізм.

5.3. Релятивізм

Уже те, що такий престижний зажинок науки як релятивізм розміщено в розділі, присвяченому надреальності, може насторожити. Але не поспішаймо з висновками. Про все по порядку.

СТВ. В основу СТВ покладено два постулати:

1. Принцип відносності – усі фізичні явища в усіх інерційних системах відліку (ІСВ) при однакових початкових умовах протікають однаково. Тож, рівняння, які описують фізичні явища будь-якої природи, однакові в усіх ІСВ.
2. Принцип сталості швидкості світла у вакуумі c .

Закони природи у СТВ прийнято виражати в такій формі, щоб вони залишалися незмінними при переході від однієї інерційної системи координат до іншої. Перетворення координат, що задовольняє цим вимогам, пов'язане

з іменем Лоренца. Якщо вважати, що система координат рухається уздовж осі x зі швидкістю v , то пряме перетворення Лоренца має вигляд

$$x' = \vartheta(x - vt); \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \vartheta\left(t - \frac{v}{c^2}x\right), \quad (5.16)$$

де

$$\vartheta = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^{-1}. \quad (5.17)$$

Обернене перетворення подібне

$$x = \vartheta(x' + vt'); \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \vartheta\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right). \quad (5.18)$$

До перетворення Лоренца, як найпростішого, приходять, коли шукають перетворення, яке залишає незмінним розповсюдження сферичної хвилі або швидкість світлового сигналу. Рівняння сферичної світлової хвилі, що виходить у момент часу $t = 0$ з початку координат у системі K , має вигляд

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0. \quad (5.19)$$

У момент $t = 0$ система K' , що рухається вздовж осі x з постійною швидкістю, повинна збігатися з системою K . Якщо в рівняння (5.19) підставити значення x, y, z, t з формули (5.18), то при цьому легко одержуємо рівняння

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0. \quad (5.20)$$

Це значить, що спостерігач, який знаходиться в системі K' , також виявить сферичну поверхню хвилі, що розповсюджується зі швидкістю c .

Для нас важиво те, що рівняння вектор-потенціалу і рівняння Максвелла інваріантні при переході до рухомої системи координат у світі перетворень Лоренца, як такі що задіяні в об'єднаному описі електрики і гравітації. Цьому можна тільки тішитися, що Максвелл свою справу зробив добросовісно, а ми постараємося так само перепроводити його надбання на гравітацію.

На підставі (5.16)–(5.20) був побудований у полі захвату ІСВ світ СТВ з його кінематикою і динамікою, а заодно з математичною міфотворчістю, не шкідливою для руху, але шкідливою для пізнання суті руху. Але рух ніяк не утримати на прив'язі ІСВ, тому було зроблено подальший крок у неінерціальній системі відліку (НСВ), але це вже інше поле захвату – ЗТВ.

ЗТВ. Обминемо проблему рівності інерційної і гравітаційної мас, експериментально перевіреної з похибкою аж до 10^{-12} , бо про це вже знав 400 літ тому Галілей. Але завдяки цій властивості стало можливим установити аналогію між рухом тіл в гравітаційному полі і рухом тіл, які не перебувають у зовнішньому полі, але розглядаються з точки зору НСВ. Цю обставину називають *принципом еквівалентності*. Але поля, еквівалентні НСВ, не цілком тотожні зі справжніми гравітаційними полями, існуючими і в ІСВ. Не кажучи про ситуацію на безмежності, поля, що еквівалентні НСВ, зникають, як тільки ми перейдемо до ІСВ. Справжні ж гравітаційні поля існують і в ІСВ, і їх неможливо виключити ніяким вибором систем відліку.

Принцип еквіваентности для вжитку загроміздкий і незручний. Тому на практиці використовують його альтернативну версію – *принцип загальної коваріантності*. Зміст його щодо ефектів гравітації полягає в тому, що рівняння буде справедливим в гравітаційному полі, якщо воно справедливе за його відсутності. Таким чином гравітацію можна розглядати як еквівалент прискорення. Це прискорення не залежить від тіл, на які діють сили гравітації, а залежать лише від точки простору, де вони опинилися.

Щоб це зрозуміти, не треба переступати поріг ЗТВ. Для цього достатньо порівняти в нашому реальному світі формули динаміки вільного гравітаційного падіння (2.12) і (2.13). Якщо в першому з них фігурують інерційна й гравітаційна маси (насправді одна й та ж), то в другому вони скоротилися. У результаті чого ми прив'язалися до траєкторії простору, яку можна трактувати як безмежний набір його точок!

Виправдання *принципу коваріантності* слід дати таке. Реальна фізична поведінка не повинна залежати від довільного вибору системи відліку. А тому закони фізики, якими б вони не були в дійсності, повинні бути виражені у вигляді, ніяк не залежному від вибору конкретної системи відліку. Тому ставиться проблема знайти формули конкретних фізичних законів, які були б коваріантними відносно довільних перетворень координат. Хоча загальна коваріантність сама по собі не має фізичного змісту.

У ЗТВ постає питання: а як оту траєкторію, задану в нашому випадку красвою задачею хоча б (2.17), описати на практиці. Адже в ЗТВ наш реальний світ затісний, бо однорідний і ізотропний. Отже, для реалізації цієї ідеї треба перейти до викривленого простору-часу з компонентами метричного тензора, які змінюються від точки до точки. Саме такий зв'язок і дає ЗТВ, створена в 1915 р.

Не заглиблюючись у лабіринти теоретичних побудов ЗТВ, рівняння гравітації засвіtimo першими двома фрагментами з книги [3] і третім з книги [7]:

1. "Рівняння гравітаційного поля були встановлені Д. Гільбертом, який застосував варіаційний принцип до функціоналу дії

$$S = \int \left(-\frac{1}{2\kappa} + L_m \right) \sqrt{-g} d^4x; \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (5.21)$$

й А. Ейнштейном, який виходив з ряду припущень, з яких умова загальної коваріантності стала остаточним критерієм вибору рівнянь у формі:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\kappa T_{ik}, \quad (5.22)$$

де R_{ik} – тензор Річчі, R – скалярна кривина, T_{ik} – тензор енергії-імпульсу матерії, κ – стала, L_m – лагранжіан матерії. Рівняння (5.22) отримали назву гравітаційних рівнянь Ейнштейна. Їх 10 ($R_{ik} = R_{ki}$) для 10 компонент метрики ($g_{ik} = g_{ki}$). Вони є диференціальними рівняннями 2-го порядку в частинних похідних для g_{ik} і зв'язують викривлення простору-часу (гравітаційне поле) з тензором енергії-імпульсу матерії T_{ik} .

2. "А. Картан показав, що цим умовам задовольняє тензор G_{ik} більш загального вигляду, ніж ліва частина рівнянь Ейнштейна (5.22), а саме:

$$G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik}, \quad (5.23)$$

де $\Lambda = \text{const}$ – т. зв. космологічний член. Космологічний член був введений у рівняння гравітації А. Ейнштейном із феноменологічних міркувань".

3. "Шлях, котрим ішов Ейнштейн, наминуче вів до тих самих рівнянь, котрі отримав Гільберт. Зовсім очевидно, що Ейнштейн отримав їх незалежно й, мало того, він їх вистраждав, оскільки йшов до них декілька літ... Обидва автори – і Гільберт, і Ейнштейн – зробили все для того, щоб їхні ймена були разом у назві рівнянь гравітаційного поля. Але загальна теорія відносності є теорія Ейнштейна".

Ейнштейн свого часу все-таки відмовився від космологічної сталої Λ в (5.23), за допомогою якої він хотів було отримати стаціонарний Всесвіт. Однак інтерес до Λ тепер відновився у зв'язку з новими спостереженнями над рухом галактик, які свідчать про існування у Всесвіті більшої маси за спостережувану – темної матерії. Тому числове значення космологічної сталої Λ аж ніяк невідоме.

З приводу (5.21) можна сказати таке. Власне як дію у варіаційному принципі Д. Гільберт запропонував т. зв. *всесвітню функцію*, яка випливає з тензора Римана, як скалярна кривина чотиривимірного многовиду. Щоб узаконити всесвітню функцію, йому довелося сформулювати аксіому про те, що закони фізичної події визначаються саме нею. З таким твердженням можна погодити-

ся лише в тому разі, якщо ця функція презентує причетність до того чи іншого виду енергії, а не до певних захянок математичного апарата. Але, на скільки відомо [7]: «у нинішній теорії гравітації не існує тензора енергії гравітаційного поля, не має навіть натяку на присутність у дії енергії».

Питання дії надто відповідальне. Якщо для якоїсь системи вона записана, то це визначає її як класичну, так і квантову поведінку. Першу – через принцип найменшої дії (підрозд. 3.3, с. 77)), другу – через фейнманів інтеграл за траєкторіями. При цьому вона записується однаково для класичного й квантового випадків. А про квантову теорію гравітації в постановці ЗТВ взагалі не йдеться.

Першим розв'язав рівняння (5.22) К. Шварцшильд у 1916 р. для *нерухомо-го* сферичного тіла. У сферичних координатах r, θ, φ його метрика мала вигляд

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{R_g}{r}} - r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2\right), \quad (5.24)$$

де R_g – гравітаційний радіус (2.6), (2.9). При $r \rightarrow \infty$ метрика Шварцшильда (5.24) переходить у метрику Пуанкаре

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (5.25)$$

Можна порівняти Шварцшильдівський і наш шляхи до гравітаційного радіуса (2.7)–(2.9), непорівняльні за трудомісткістю. Мало того, у (5.24) r не є метричною відстанню. Якби було так, то в (5.24) другий доданок був би dr^2 , а так метрична відстань більша.

Принцип загальної коваріантності теж підвішений, бо система 10 диференціальних рівнянь для 10 компонент метрики ($g_{ik} = g_{ki}$) є недовизначена. Читаємо в [7]: "Основна система ЗТВ (десять рівнянь) загальноковаріантна. Але повна система рівнянь, необхідна для розв'язання задач, незагальноковаріантна, оскільки чотири рівняння, що виражають координатні умови, не можуть бути тензорними, вони завжди незагальноковаріантні".

Трудно погодитися з твердженням релятивістів ще в одному принциповому питанні про те, "що закон всесвіднього тяжіння Ньютона в першому наближенні є наслідком гравітаційних рівнянь Ейнштейна". Бо доведення ґрунтується на виразі дії для частинки в гравітаційному полі у вигляді [3]

$$S = - \int \left(mc^2 - \frac{mv^2}{2} + m\varphi \right) dt, \quad (5.26)$$

де Φ – гравітаційний потенціал, яка є далеко не релятивістською Гільбертовою всесвітню функцію (5.21). Таким чином, маємо відверту підміну понять.

І треба ж удруге наступити на ті самі граблі, але тепер уже в гравітомагнетизмі (див. 104 с.). Якщо щиро, то гравітомагнетизм не є додатком ЗТВ, а скоріше її запереченням – неспроможністю розв'язувати відповідні практичні задачі у власному викривленому просторі. Якби то було не так, то до результатів гравітомагнетизму ЗТВ прийшла б як до окремого випадку з власної висоти "сильних полів і релятивістських швидкостей" через всесвітню функцію (5.21), а не ховала б подібно до страуса голову в пісок Максвеллового простору і часу.

Тому не дивно, що існує велика кількість інших теорій, що пропонують радикальні зміни в ЗТВ, або взагалі суперечать їй. Серед них і теорія струн і її узагальнення. Усі вони мають різний ступінь розробки, і нерado сприймаються офіційною наукою. Виходячи навіть з отих невеликих дискусійних питань, треба визнати, що ЗТВ все-таки є не фізичною, а геометричною теорією гравітації, або, навіть, перегеометризованою.

Варто подумати. Уважається, що залучення надреальності в соціокультурну творчість людини припадає на 20-і роки ХХ ст., а першість перехоплює мистецька творчість, з її "зверненням до підсвідомих образів, звільнених з-під контролю раціонального мислення, використанням оптичних ілюзій, парадоксальним поєднанням форм" і т. п. Але з тим у ніякому разі не можна погодитися. Бо думка не може бути повністю вільна від будь-якого контролю з боку розуму, не залежати від моралі, інтелекту творця. Тож, насправді ми повинні віддати першість все-таки раціональному мисленню, яке першим освоїло цей ефективний вплив на реальність через надреальність. І попереду всіх не хто інший як відомі СТВ і ЗТВ, під зверхністю найкращих умів того часу.

Не треба боятися терміну "надреальність", бо він як і термін "реальність" при вмілому застосуванні в людській творчості служить одній і тій меті – пізнанню істини. Для прикладу можна назвати вирази гравітаційного радіусу, одержані по-різному: (2.6), (5.24) – на підставі ЗТВ і (2.7)–(2.9) – у реальному Евклідовому світі. Перевага надреальностей у тому, що їх багато, а реальність одна. Назвемо хоча б світ перетворень Лоренца і наш світ граничних швидкостей, який перекривається у вузькому діапазоні першого, але в зоні цього перекриття гарантує ті самі тотожні результати, але одержані значно-значно простіше.

Дивосвіт обох теорій – СТВ і ЗТВ – на безкраїх просторах надреальності зачаровує і довго зачаровуватиме не одне покоління не менш, ніж зоряне небо над головою. Питається: а яка користь з того? – А така, як і з зоряного неба. Але, якби не було його над нами, не було б і нас. З цього приводу варто

послухати авторів [6]: "Тільки через вибухи наднових міжзоряне середовище збагачується прихованими раніше в надрах зір важкими елементами. Проникаючи у хмари газу й пилу вони входять потім до складу зір другого покоління, які утворюються з вторинної речовини Всесвіту, а разом з тим і до складу планет. Так утворилося Сонце – зоря другого покоління – і Сонячна система. Отже, те, що *ми створені з попелу давно згаслих зір* – не просто красива мистецька фраза. Вона дуже точно відображає події, що відбуваються у Всесвіті".

СТВ і ЗТВ – це перш за все надбання ХХ ст. І хто б що не казав, а їхні кроки серед отих важких на шляху пізнання істини, про які пише Пуанкаре. Основне, щоб усе було шляхетно. На жаль, релятивізм розпочав власну ходу не кращим чином, оголосивши в СТВ неспроможність перетворень Галілея, а в ЗТВ об'явив затісним Евклідов плоский світ на користь викривленого Риманового. Тепер ми знаємо, що це не так. Дальніша хода цієї дорогою покаже, на чиєму боці перспектива. На цю тему суперечки може передчасні. Бо напрацювання в Евклідовому звиклому просторі і фізичному часі роблять лише перші кроки, серед яких і наші дитячі. Шкода, що свого часу світ не прислухався до застережень того, чий особистий вклад у розвиток релятивізму був чи не вирішальний, стосовно того (як було сказано раніше), що *"ні-який фізичний досвід не може підтвердити істинність одних перетворень і відкинути інші, як неприпустимі"*.

Ці слова зайвий раз нам нагадують, що методами надреального моделювання треба користуватися досить обережно й уміло. Не підпорядковувати під себе реальність, а навпаки, кінцеві результати надреальності мусять бути підпорядковані реальності, не нав'язувати власних фізичних законів, бо такі закони, власне, – у реальності. Теорія релятивізму зробила дві такі не наукові, а тактичні помилки. По-перше, поставила поза законом уже згадані перетворення Г. Галілея. По-друге, Д. Гільберт запропонував позаенергетичний *надреальний* функціонал дії (5.21), побудований на власній т. зв. *всесвітній* функції. А щоб узаконити цю функцію, він формулює аксіому про те, що реальні фізичні події визначаються нею (?).

Отож, ХХІ ст. все настирливіше наступає на оборонні лінії ЗТВ. Це робиться в різних формах – альтернативних теорій, наукового переконання, відкритих дискусій, а то й вороже. Наше дослідження не протиставляється релятивізму, але, слугуючи меті об'єднання рівнянь електрики і гравітації, перекривається з ним в достатньому діапазоні можливостей.

Оскільки запропоноване нами об'єднання математичного опису двох фізичних полів на рівні пізнання наражається на безмежності, то варт розглянути ще один випадок чисто надреального моделювання, причетного до сингулярності.

5.5. Математична сингулярність

Сингулярність – поняття надто широке: може йтися про математичну, фізичну, філософську, інформаційну, біологічну та інші сингулярності. Дещо торкнемося математичної, з якою ми зіткнулися аж двічі. Математична сингулярність – це точка, у якій математична функція прагне до безмежності. Якщо цьому визначенню надати трішки фізичного відтінку (наші випадки), то може йтися про порогову межу, за якою математична функція прагне до безмежності. Так як людський мозок ще не готовий, а тільки бідкається пізнати цей феномен, то краще про нього поговорити в розділі надреальності. На сторінках книги ми побачили: якщо розум у пошуках істини сягає зависоко увись, або заглибоко вглиб, він неминуче потрапляє в капкан сингулярності чорних дір, отих предосторог, що далі – зась! Ми її торкнулися не тільки завдяки теоретичним зусиллям, але й симуляційним.

Так, у прикладі 2.2 (с. 26) ми експериментували в 1D просторі з небесною чорною дірою – колапсаром GROJ 0422. Результати симуляції показані на рис. 2.2 і 2.3. У прикладі 2.4 (с. 40) ми ще раз з ним експериментували, але в 2D просторі, де розв'язувалися складніші задачі. Результати симуляції показані на рис. 2.7 – 2.13. Але не переступали порогу сингулярності, бо це явище досліджене. Зате в прикладі 2.7 (с. 55) ми теоретично натрапили на математичну сингулярність в глибинах матерії – можливу (якщо не скористається правом вета кванта фізика) появу сірої електро-механічної діри (2.67) з власною сингулярністю, яку засвідчує рис. 2.28 (колапс константи швидкості c). Тут ми не могли стримати власну цікавість, адже на подібне натрапили першими.

Щоб дещо відбілити чорнизну математичних чорних дір, загнана в кут людська думка намагається надати їм фізичного змісту – побачити в їхній абсолютній чорнизні пробіски вогнів портів міжвсесвітніх комунікацій. Можливо воно так і є, коли притримуватися цікавої думки [6]: "Якщо інші всесвіти існують, то їхнє існування підкоряється принципово іншим законам, ніж існування нашого Всесвіту. А це означає, що ми аж ніяк не можемо одержати від них інформацію. Адже фізичний зв'язок між різними об'єктами можливий за подібними законами". У такому разі міжвсесвітній стик можливий лише на стопі наших і їхніх природних законів. А переінакшення природних законів посилює тільки надприродним безмежним силам, які киплять не деінде, а якраз у сингулярностях.

Можливий і діаметрально протилежний розвиток подій. Не виключено, що з розвитком людських знань чорні діри з часом білітимуть. Подібне описане в підрозд. 1.5 (с. 15), де йдеться про безконфліктну математичну модель електрона. Досі вважалося, що за законами класичної фізики в наладованому точковому тілі при спрямуванні його радіуса до нуля напруженість елек-

тричного поля, а заодно й енергія – прямують до безмежності. А це випадок чистої математичної сингулярності. Але при розв'язанні парадоксу "4/3" (самодії електрона на самого себе) нами було обґрунтовано наявність у центрі сферичного електрона білої діри з так званим електричним радіусом $r_e = 1,185246 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ (с. 19). Усередині білої діри ($r \leq r_e$) класичні закони електрики не діють. Таким чином сингулярність електрона самоліквідувалася.

Але, щиро кажучи, від такого перебігу подій стає сумно. Бо людській цікавості в нашому рідному спостережуваному Всесвіті з його габблівським радіусом в 4000 Мпк ($1,234 \cdot 10^{26} \text{ m}$) і описуваним ним абсолютним горизонтом стає затісно. Тож, *подавайте нам інші всесвіти, навіть якщо вони надреальні!* Сказане так перегукується з прекрасними словами [38]: "Людина народилася через мільярди літ після Великого Вибуху, але її мозок малює картини цього вибуху, а потім виявляється, що "так воно й було". Людині мало довколишнього Всесвіту – і вона будує моделі інших всесвітів".

Не менш цікава сингулярність у сингулярності, до якої належить т. зв. гравітаційний парадокс, а заодно точковість ладунку.

Парадокс. Якщо густина речовини ρ довільно розподілена в просторі, то її поле тяжіння в класичній теорії визначається гравітаційним потенціалом Φ , підпорядкованим рівнянню Пуассона та його загальному розв'язку

$$\Delta\Phi = -4\pi G\rho; \quad \Phi = -G \int \frac{\rho dV}{r} + C, \quad (5.27)$$

де r – відстань між елементом об'єму dV і точкою, у якій визначається потенціал Φ ; C – константа.

У 1894–1896 рр. К. Нойман і Г. Зеелігер проаналізували поведінку інтеграла (5.27) для всього *нескінченного* (статичного) Всесвіту і з'ясували: якщо середня густина речовини у Всесвіті ненульова, то інтеграл розходиться до сингулярності. Щоб вийти з тупика, було запропоновано багато гіпотез, починаючи від "покращення" закону тяжіння Ньютона (2.52), (2.54), закінчуючи спробою нав'язати Всесвіту неевклідову геометрію. Проте із-за внутрішніх протиріч ні одній з них усунути проблему вичерпно так і не вдалося. Урешті-решт Ньютонавську теорію тяжіння замінили на загальну теорію відносності, у якій гравітаційний парадокс дійсно не виникає, оскільки сила тяжіння тут є локальним наслідком неевклідової метрики простору-часу (5.24), і тому сила завжди однозначно визначена й скінченна. Ейнштейн було послався на гравітаційний парадокс як доказ непридатності ньютонівської теорії в космології.

З приводу гравітаційного парадоксу напрошується парадоксальна думка в полі надреального моделювання. Тут йдеться не так про парадокс фізичного явища в статичному світі, як про парадокс парадоксів. Бо вже на початку

проблеми була закладена штучна (не фізична) математична сингулярність – "всього нескінченного Всесвіту". Поняття нескінченного Всесвіту таїть у собі чисту математичну сингулярність. І нічого дивного, що в полі математичної сингулярності виникає безліч похідних математичних сингулярностей – від аргумента до функції.

Застереження. Цілком природньо, що при ненульовій середній густині речовини в однорідному статичному всесвіті потенціал нарастає пропорційно квадрату радіуса. Але не менш природньо, що ця густина може бути нульовою.

І все-таки, зусилля, затрачені на гравітаційний парадокс, не канули в безвість. Завдяки їм ми можемо впевненіше дивитися на наш Всесвіт як на динамічний замкнутий габблівський ($r \leq 1,234 \cdot 10^{26}$ m), у якому гравітаційний парадокс попросту не існує (йдеться про процес згідні процесу рис. 1.1, с. 20).

Точковість ладунку. Тут також заздалегідь привнесено математичну сингулярність густини ладунку: $\rho = \lim_{r \rightarrow 0} 3q / (4\pi r^3) \rightarrow \infty$.

5.5. Суперантропний принцип

Перебуваючи на спекотному полі таїни творчості, був би гріх не пригубитися до прохолодної води з її найглибшої криниці – найдавнішого священного писання світу – "Вед", написаних санскритом – праіндо-європейською мовою, найближчою до нинішніх слов'янських, зокрема української. Найцікавіший їхній збірник "Рігведа" (XVI ст. до н. е.), складається з 1028 гімнів, зібраних у 10-х окремих книг. Ці числа, на диво, тяжіють до рівності $2^{10} = 1024$. Саме стільки комірок оперативної пам'яті мав мій перший незабутній комп'ютер "Минск-1" у електронно-ламповому виконанні з півметровою в діаметрі трубою повітряного охолодження, від якого гуділи грубезні стіни Alma Mater. А було це в далекому 1967 р.

Подаємо прецікавину з Вед "Космогонію" у перекладі видатного українського сходознавця **Павла Рігтера** (1872–1939), безневинно замордованого в російських катівнях.

Космогонія

*Буття і небуття тоді не було –
Повітря не було й склепіння неба.
Що покривало? Де? Що захищало?
Була вода? Глибокая безодня?
І смерті не було, безсмертя – також,
Між днем і ніччю не було відміни.
Те дихало саме, одне, без вітру.
І більш нічого не було, крім Того.*

Вкривала п'ятьма п'ятьму споконвіку,
Цей Всесвіт весь – мов океан без світла,
Той зародок, що хаосом був вкритий,
Один від сили спеки народився.
Любов спочатку виникла від нього,
Що стала першим для думок насінням;
Знайшли зв'язок між сущим і несущим,
У серці стежачи думками, мудрі.
Думок тих промінь наскрізь простягнувся.
Що нагорі було? І що зісподу?
Там сім'яносці, тут же – їх сприймання.
Зусилля знизу, зверху поривання.
І хто це знає, й хто про це повіда?
Звідкіль цей Всесвіт народивсь та виник?
Боги пізніш за нього народились?
А як Оце створилося, хто знає?
Світобудова ця звідкіль взялася?
Чи створено її було, чи йнакше?
В найвищій небі Хто її пильнує,
Той, певно, зна, чи, може, і Він не знає?

Диву даєшся, як понад 36 століть тому людство на підсвідомому рівні отримало доступ до сучасних філософських надбань – дуалістичного трактування буття й антропного принципу появи свідомого життя, а заодно до сучасних надбань астрофізики – початку історії гарячого Всесвіту, коли температура зросла до 10^{27} °К і сильна взаємодія відділилася від слабкої та електричної. Але диво-див у іншому – як упродовж IV– XII ст. н. е. передові на той час європейські народи розсталися з таким світлим світоглядним орієнтиром. Залишається тішитися, що ми серед них у числі останніх. Чим це обернулося для людського поступу, знає кожен – полум'яною ватрою на Кампо деї Фйорі у Римі 1600-го.

Подумалося, а як би виглядала нинішня Космогонія?

Після довгих роздумів на підставі сучасних вед про фізичний світ, а також за узагальненням колективних зв'язків з трансцендентним, постає достатньо цікава панорама буття і свідомости, невіддільних одне від одного.

Нова Космогонія

(надреальний еккурс углиб буття і свідомости)

Пульсуючий світ. Точка сингулярности. Великий вибух. З нього постає просторово-часовий Усесвіт з власним набором світових констант і з невіддільним від нього Всесвітнім Розумом, не підвладним простору й часу, з підпорядкованими йому свідомим життям і законами світобудови, гарантом їхньої безвідмовности. Не дивлячись на матеріальність Всесвіту та ідеальність

Всесвітнього Розуму, вони на диво взаємнопроникні і нероздільні. Матеріальний Всесвіт не обсервований Усесвітнім Розумом губить сенс. А для цього йому потрібні матеріальні самовідновлювальні біообсервери, задіяні на передньому краї світового метаморфозу (процесу зміни та породження нових форм). Задля самодостатності їм виділяється в користування частина свідомого ресурсу оперативної пам'яті з підпорядкованою їй особистою свободою. На цю частину скидається до 5 % сепарованої інформації, решта її через підсвідомий ресурс поступає на Всесвітнє Інформаційне Поле. Зазвичай, обсерваційні пункти локалізуються в оптимальному на даний час місці простору з адаптацією до наявних температур. Ми є свідками такої локалізації в околі 310^0K на третій планеті Сонячної системи на відстані $1/3$ поперечника Галактики від її гравітаційного центра з часовим зсувом коло 13,6 млрд. земних років.

Сенс свідомого життя (без претензії на авангардну роль у Всесвіті!) полягає в тому, аби на елітарному рівні пізнавати Гармонію Світобудови, доступ до якої Всесвітній Розум надає йому в процесі поступу у вигляді культуротворення з доступом до природного, а частково й надприродного. Основними компонентами культури є мистецтво і наука. Якщо мистецтво тяжіє до пізнання зовнішньої Гармонії Світобудови, то наука, навпаки, – до внутрішньої, орієнтованої на математичні можливості раціонального розуму. Якщо в процесі культурного поступу ці компоненти не зливаються, то заповітна дорога до Гармонії Світобудови обривається. Обсерваційний пункт підлягає ліквідації. Новий постає в зручнішому місці в іншому діапазоні температур і з новим досконалішим біоресурсом.

"Звідкіль цей Всесвіт народивсь та виник?" – основне питання ведичної "Космогонії". Якби 36 століть тому відали, що жодна система, згідно з теоремою К. Геделя, не може бути пізнаною до кінця зсередини – поза зв'язком її з іншими системами вищого порядку, то вже тоді б вийшли на концепцію існування, крім нашого, безлічі інших усесвітів, підпорядкованих власним законам і так само обсервованих у полі тих законів.

Це і є пропонуваній т. зв. *суперантропний принцип* походження свідомого життя, який трактує людину із-за безпосередньої причетності до Всесвітнього Розуму непрямым гарантом існування Всесвіту. Він по-своєму відповідає на основні питання, які ставить сучасна філософія до антропного принципу: "Нехай людина існує в цьому світі не випадково, але чому вона в ньому існує? Який сенс такого існування? Яким може бути людське призначення?"

Наші відповіді є продуктом науково-інтуїтивного моделювання, тому йдеться не про їхню істинність, а про право на існування як інформації для роздумів про місце людини у Світі.

У наступному заключному підрозділі зустрінемося з нашою жаданою, до якої вічно торуємо стежку.

Слово Істина змушує людське серце колотитися сильніше, оскільки саме пізнання Істини складає чи не основний зміст місії людини в цьому світі. Г. Гегель

5.6. Істина

Слово *Істина* насправді змушує людське серце колотитися сильніше впродовж усього свідомого віку. Це поняття багато разів засвітилося на сторінках і нашої книги. Тому варт поглянути на нього трохи ширше – різними очима.

З філософсько-релігійного погляду. Поняття істини запровадив Парменід ще в Стародавній Греції як протиставлення думці. Гаутама Будда закликав "зберігати істину в собі, як єдиний світоч", а "чотири шляхетні істини" були покладені в основу буддистського світогляду. Джайністська філософія наголошує на відносності істини. У християнстві вона замикається на образі Ісуса Христа, а "будь-яка людина – каже неправду" (псалм Давидів 115:2). У більшості східних релігій, зокрема в індуїзмі та буддизмі істина розуміється як слово Учителя, що вказує вірний шлях до спасіння. Якщо наявність душі заперечується (буддизм) або ставиться під питання (давніокитайська традиція), то істина – це подолання ілюзії на користь справжнього образу дійсності, або шлях відновлення світової гармонії, наприклад, через шанування традицій у (конфуціанстві), законів Імперії (легізму) тощо. В юдаїзмі істина розуміється як вірність заповідям, які були "передані Богом" і викладені в Талмуді. Подібної позиції додержуються і мусульмани, для яких істиною є слова пророка Мугаммеда, викладені в сурах Корану, що ведуть до блаженного існування. У класичній філософії формуються дві альтернативні парадигми трактування істини – одна з них ґрунтується на принципі кореспонденції як відповідності знання об'єктивному стану справ предметного світу, інша – на принципі когеренції як відповідності знання іманентним характеристикам ідеальної сфери. У некласичній філософії істина позбавлена об'єктивного статусу й мислиться як форма психічного стану особистості. Постмодерна філософія уникає формулювання проблеми істини взагалі.

З гуманістично-природничого погляду. У суспільно-гуманістичних, природничих, технічних науках під істиною розуміють відповідність її положень можливості емпіричної або теоретичної перевірки. З одного боку, істина постає як мета наукового пізнання, а з іншого – як самостійна цінність, що забезпечує принципову можливість наукового знання збігатися з об'єктивною реальністю. *Наука є безмежним процесом досягнення такого збігу, рух від знання обмеженого, приблизного до все загальнішого, глибокого й точного.*

Дещо обмежене застосування поняття істини в літературознавстві, де термін істини може стосуватися тільки позаестетичної реальності, однак втрачає свій науковий статус при розгляді "художньої правди", у якій відбувається синтез об'єктивного і суб'єктивного.

Кажучи про наукове пізнання, розрізняють абсолютну і відносну істини, що є компонентами об'єктивної істини. Абсолютним вважається таке знання, яке повністю висчерпує предмет і не може бути спростоване при подальшому розвитку пізнання. Натомість відносна істина відображає об'єкт не повністю, а у відомих межах, умовах, відносинах, які постійно змінюються і розвиваються. Розвиток науки таким чином – це постійний рух до оволодіння абсолютною істиною.

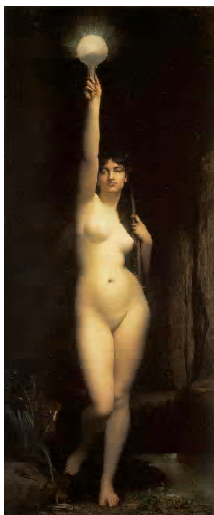
Чи може істина бути досягнута в процесі людського пізнання? Поняття істини передбачає, що знання збігаються з реальністю. Проте таких знань у нас насправді немає. Тому поняття істини постає еталонним поняттям: воно окреслює ідеально можливий стан знань. "Такий стан є недосяжний для людського пізнання, проте еталон істини постає основою для зваженої оцінки реальних знань, а також надає нашому пізнанню стратегічного спрямування, кінцевої мети та ідеалу... Поняття істини не можна вилучити з пізнавального процесу, хоч ми і не повинні ототожнювати істину як поняття з певним конкретним знанням. Останнє мусить завжди орієнтуватися на істину, а істина має сенс лише тоді, коли існують і функціонують реальні знання [8]".

Цьому виваженому філософському слову ніяк не розминутися зі здобутками науки. Так, у класичній механіці частинка займає суворо визначене місце в просторі, що визначається її координатою й імпульсом. Гейзенберг у 1927 р. показав, що об'єкт мікросвіту неможливо одночасно охарактеризувати його координатою і імпульсом. Одна з цих величин може бути виміряна з наперед визначеною точністю, але лише за рахунок зменшення точності визначення іншої величини. Це і є *принцип невизначеності Гейзенберга*, як фундаментальна засада квантової механіки: $\Delta x \Delta p_x \geq h$, де Δx – невизначеність у вимірах координат частинок; Δp_x – невизначеність у вимірах компонента імпульсу за цією ж координатою; h – стала Планка.

Принцип невизначеності нині трактується ширше, наприклад, якщо частинка знаходиться на певному енергетичному рівні з заданою енергією упродовж певного часу, то обидві ці величини теж можуть бути задані так само з визначеною точністю, дещо подібне маємо в оптиці тощо. Може здатися, що ми натрапили на межу нашого пізнання, а раз так, то світ непізнаваний. Але це не так: принцип слугує лише мірою того, до якої міри придатне для мікрочастинок модельне уявлення про них як про механічні частинки.

Останнім часом у "сутінках фізики" доводиться спостерігати дивне явище, коли під науковим пізнанням розуміється вірність заповідей того чи іншого фізичного вчення – такий собі природничо-релігійний симбіоз. Передусім це стосується тих, хто до глибини душі увірував у непогришимість ЗТВ і квантової фізики, хоча фундаменти цих учень залиті не основними законами світобудови в реальному просторі, а постулатами в нереальному – Да-вида Гільберта, у викривленому, й Ервіна Шредінгера, у комплексному.

Дещо ширше скажемо про згадане поняття *правди*. В англійській мові правда й істина – це одне слово "truth", у нашій мові істину й правду розрізняють. *Правда – це істина, пов'язана з життєвою позицією людини, особистісним досвідом, життєвими здобутками й втратами.* "Якщо істина як ідеал науки передбачає відсторонене, об'єктивне окреслення того, що є, і таким, яким воно є, то правда синтетична, завжди чиясь, а не абстрактна... Мистецьке пізнання, як і творчість узагалі, ми оцінюємо не за допомогою поняття істини, а через *правду* [8]".



Жюль Лефевр
"Істина", 1870
(музей Орсе)

Однак, останні слова вагомо й переконливо заперечує французький художник Жюль Лефевр (Jules Leffevre). Мистецьки пізнана ним *Істина* з променистою кулею в правиці високо піднятій над головою (див. ілюстрацію) не поступається ні філософсько-релігійному, ні гуманістично-природничому пізнанню. Навпаки, на його боці всенародне (старогрецьке по-латині) – *in vino Veritas*.

Думається, що розумний Читач простить автору неочікуваний веселий жарт на закінчення книги, мета якого лише одна – зняти емоційну напругу від порушених тайн світобудови та їх бачення.

* * *

Я можу помилятися у науці, у мистецтві, у філософських роздумах. Але якщо то навіть і так, то й тоді жити на такому зеленому полі власних ілюзій файно, а воно в мене безкрає – від глибин електрона до космічних далей, підкорених електрикою, гравітацією і людською любов'ю. У творчості (повторюся) допустимо помилятися, бо *навіть твоя помилка прискорить чийсь "важкі кроки вперед"*! Пошук Істини для мене завше був не тільки творчим самовиявленням, а й вічним джерелом вищих життєвих сенсів. Це він, долаючи простір і час, виводив мене за межі індивідуального, учив бути гідним дарованого випадку життя. У творчості я реалізовував себе і власну свободу, старався примножити соціокультурні надбання мого народу.

А ще були незабутні друзі, незабутні кохані, без яких немає дороги до Істини... Але мало хто відає – яка та дорога терниста...

Література

1. Буджак Я., Чабан В. Енергетичні та кінетичні властивості напівпровідникових кристалів. – Л.: "Простір М", 2017, 190 с.
2. Демирчян К. С. Движущийся заряд в четырехмерном пространстве по Максвеллу и Эйнштейну. – М.: "Комтех-Принт", 2008, 144 с.
3. Дудик М. В., Діхтяренко Ю. В. Класична механіка. – Умань: ПП "Жовтий", 2015, 160 с.
4. Ивченков Г. Силовое взаимодействие движущихся зарядов между собой и с полями. «Релятивистский» закон Кулона. <http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/151026192403.pdf>
5. Каравашкин С. О кривизне пространства-времени. – Труды СЕЛФ, 2017, 8 с. – Интернет ресурс.
6. Климишин И., Крячко И. Астрономія. – К.: "Знання України", 2003, 192 с.
7. Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Петров В. А. Как были открыты уравнения Гильберта-Эйнштейна?: Препринт ИФВЭ 2004-7. – Протвино, 2004, 28 с.
8. Петрушенко В. Гносеологія та епістемологія. – Л.: "Новий світ-200", 2018, 202 с.
9. Пуанкаре А. О науке (пер. з фр.). – М.: Наука, 1983, 560 с.
10. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии (пер. з англ.). – М.-Л.: Энергия, 1964, 528 с.
11. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т. 6, 8 (пер. з англ.). – М.: Мир, 1978, 348 с., 524 с.
12. Чабан А. Математичне моделювання коливних процесів у електромеханічних системах. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2008, 328 с.
13. Чабан А. Принцип Гамільтона-Остроградського в електромеханічних системах. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2015, 464 с.
14. Чабан В. Математичне моделювання в електротехніці. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2010, 508 с.
15. Чабан В. Гіпотеза про електричні білі діри. – Технічні вісті (Technical news), 2015/1(41), 2(42), с. 10–11.
16. Чабан В. Протоенергія. – Технічні вісті (Technical news), 2016/1(43), 2(44), с. 12–13.
17. Чабан В. Електромагнетні процеси. – Л.: "Простір М", 2017, 412 с.
18. Чабан В. 50 творчих літ. – Л.: "Простір М", 2018, 336 с.
19. Чабан В. Нестандартні задачі електрики, механіки, філософії. – Л.: "Простір М", 2019. – 344 с.
20. Чабан В. Об'єднані рівняння електрики і гравітації. – Технічні вісті (Technical news), 2020/1(51), 2(52), с. 9–15.
21. Чабан В. *Panta Rei*. – Л.: "Простір М", 2020, 118 с. (ISBN 978-617-7746-60-6).
22. Черри Е., Миллар У. Некоторые новые понятия и теоремы в области нелинейных систем (пер. з англ.). – Автоматическое регулирование: Сб. Материалов

конференции в Кренфилде, 1951, М.: Изд-во иностр. л-ры, 1954, с. 261–273.

23. Clark S. J., Tucker R. V. Gauge symmetry and gravitoelectromagnetism // *Classical and Quantum Gravity* : journa, vol. 17, 2000, pp. 4125–4157.

24. Czaban W. Nowoczesne metody numeryczne. – Rzeszow: Wyd-wo Uniw. Rzeszowskiego, 2003, 192 s.

25. Foot C. J. Atomic Physics. – 2004. – ISBN 13: 9780198506966.

26. [https://uk.wikipedia.org/wiki/Сила Лоренца](https://uk.wikipedia.org/wiki/Сила_Лоренца).

27. [https://uk.wikipedia.org/wiki/Гравітаційна хвиля](https://uk.wikipedia.org/wiki/Гравітаційна_хвиля).

28. Roseveare N. T. Mercury's perihelion. From Le Verrier to Einstein. – М. : Mir, 1985, 244 p.

29. Tchaban V. Without a Conflict Model of Electron. – *Problems of Atomic Science and Technology (Nuclear Physics Investigations (71))*, 2019, N3 (121), pp. 16–20.

30. Tchaban V. Dynamic of Motion of Electron in Electrical Field. – *Measuring, Equipment and Metrology*. Vol 81, No 2, 2020, pp. 39–42 (DOI <https://doi.org/10.23939/istcmtm2020.02.039>).

31. Moskowitz C. Dark Energy and Dark Matter Might Not Exist. – <https://www.space.com/8588-dark-energy-dark-matter-exist-scientists-allege.html>

32. Tchaban V. On some Joint Laws of the Field of Gravity- and Electrometry. – *Measuring, Equipment and Metrology*. Vol 81, No 3, 2020, pp. 37–40 (DOI <https://doi.org/10.23939/istcmtm2020.03.037>).

33. Tchaban V. Lorenz Force of vortex Ektetric Field. – *Computational Problems of Electrical Engineering*, vol. 11, No 2, 2020, pp. 33–36.

34. Tchaban V. The Problem of Measuring of Cosmic Gravity. - *Measuring, Equipment and Metrology*. Vol 82, No 2, 2021, pp. 46–49 (DOI <https://doi.org/10.23939/istcmtm2021.02.046>).

35. Tchaban V. Radial Component of vortex Electric Field Force // *Computational Problems of Electrical Engineering*, vol. 12, No 1, 2021, pp. 33–36.

Додаткова

36. Віхман Е. Квантовая физика (пер.з англ.). – М.: Наука, 392 с.

37. Пискунов В. И. Размер электрона и проблема устойчивости атомной структуры. – <https://ela.kpi.ua/bitstream.pdf>.

38. Мухин Л. М. Мир астрономии. – М.: "Молодая гвардия", 1987, 207 с.

39. [https://uk.m.wikipedia.org/wiki/Ефект І. Шапіро](https://uk.m.wikipedia.org/wiki/Ефект_І_Шапіро). Швидкість світла. Швидкість світла у вакуумі може виявитися не сталою.

40. <https://infopedia.su/18x15be3.html>/Еліптичні орбіти в атомі водню і їх квантування.

41. Богословский М. Непонимание или намеренный обман? – <http://www.pro-atom.ru>.

42. Irwin I. Shapiro (1964). Fourth Test of General Relativity. *Physical Review Letters* 13: 789–791.

Зміст

Вступ	3
1. Основні закони статики	7
1.1. Електричний ладунок	7
1.2. Закон Кулона	9
1.3. Вектори електричного поля	10
1.4. Вектори магнетного поля	12
1.5. Безконфліктна модель електрона	15
2. Основні закони динаміки	21
2.1. Закон Ньютона рухомих мас	21
2.2. Динаміка вільного гравітаційного падіння	25
2.3. Закон Кулона рухомих електричних мас	28
2.4. Динаміка руху електрона в нерівномірному електричному полі	29
2.5. Сила Лоренца вихрового електричного поля	31
2.6. Протоформула руху	35
2.7. Диференціальні рівняння руху	37
2.8. Рівняння руху небесних тіл	38
2.9. Рух електрона у вихровому електричному полі	49
2.10. Електрична взаємодія тандему "електрон-протон"	52
2.11. До енергетичних підходів	59
3. Енергетичні підходи	63
3.1. Енергія нелінійних систем	63
3.2. Загальний принцип збереження енергії	75
3.3. Загальний принцип найменшої дії	77
3.4. Варіаційний принцип Гамільтона-Остроградського	79
3.5. Нелінійні середовища	83
3.6. Рівняння вектор-потенціалу електромагнетного поля	88
3.7. Рівняння нестационарної теплопровідності	94
4. Об'єднані рівняння електрики і гравітації	97
4.1. Основні рівняння	97
4.2. Розмірності електричних і механічних величин	98
4.3. Вектор Пойтинга	101
4.4. Сила Лоренца	101
4.5. Закони гравітації	102
4.6. Гравітаційна лінза	105
4.7. Гравітаційні хвилі	108
4.8. Просторовий протовектор-потенціал	110
5. Надреальність у науці	113
5.1. Пуанкаре Г. Неевклідов світ	114
5.2. Світ граничних швидкостей	116
5.3. Релятивізм	121
5.4. Математична сингулярність	128
5.5. Суперантропний принцип	130
5.6. Істина	133
Література	136

Contents

Introduction	3
1. Basic laws of statics	7
1.1. Electric charger	7
1.2. Coulomb's law	9
1.3. Electric field vectors	10
1.4. Magnetic field vectors	12
1.5. Conflict-free electron model	15
2. Basic laws of dynamics	21
2.1. Newton's law of moving masses	21
2.2. Dynamics of free gravitational fall	25
2.3. Coulomb's law of moving electric masses	28
2.4. Dynamics of electron motion in a non-uniform electric field	29
2.5. Lorentz force of a vortex electric field	31
2.6. Proto-formula of motion	35
2.7. Differential equations of motion	37
2.8. Equation of motion of celestial bodies	38
2.9. Electron motion in a vortex electric field	49
2.10. Electrical interaction of the "electron-proton" tandem	52
2.11. To energy approaches	59
3. Energy approaches	63
3.1. Energy of nonlinear systems	63
3.2. General principle of energy conservation	75
3.3. General principle of least action	77
3.4. Hamilton-Ostrogradsky variational principle	79
3.5. Nonlinear media	83
3.6. Equation of the vector potential of the electromagnetic field	88
3.7. The equation of nonstationary thermal conductivity.	94
4. Combined equations of electricity and gravity	97
4.1. Basic equations	97
4.2. Dimensions of electrical and mechanical quantities	98
4.3. Vector of Poiting	101
4.4. Lorentz force	101
4.5. The laws of gravity	102
4.6. Gravitational lens	105
4.7. Gravitational waves	108
4.8. Spatial protovector potential	110
5. Surrealism in science	113
5.1. <i>Poincare H.</i> The non-Euclidean world	114
5.2. The world of limit velocities	116
5.3. Relativism	121
5.4. Mathematical singularity	128
5.5. Superantropic principle	130
5.6. Truth	133
References	136